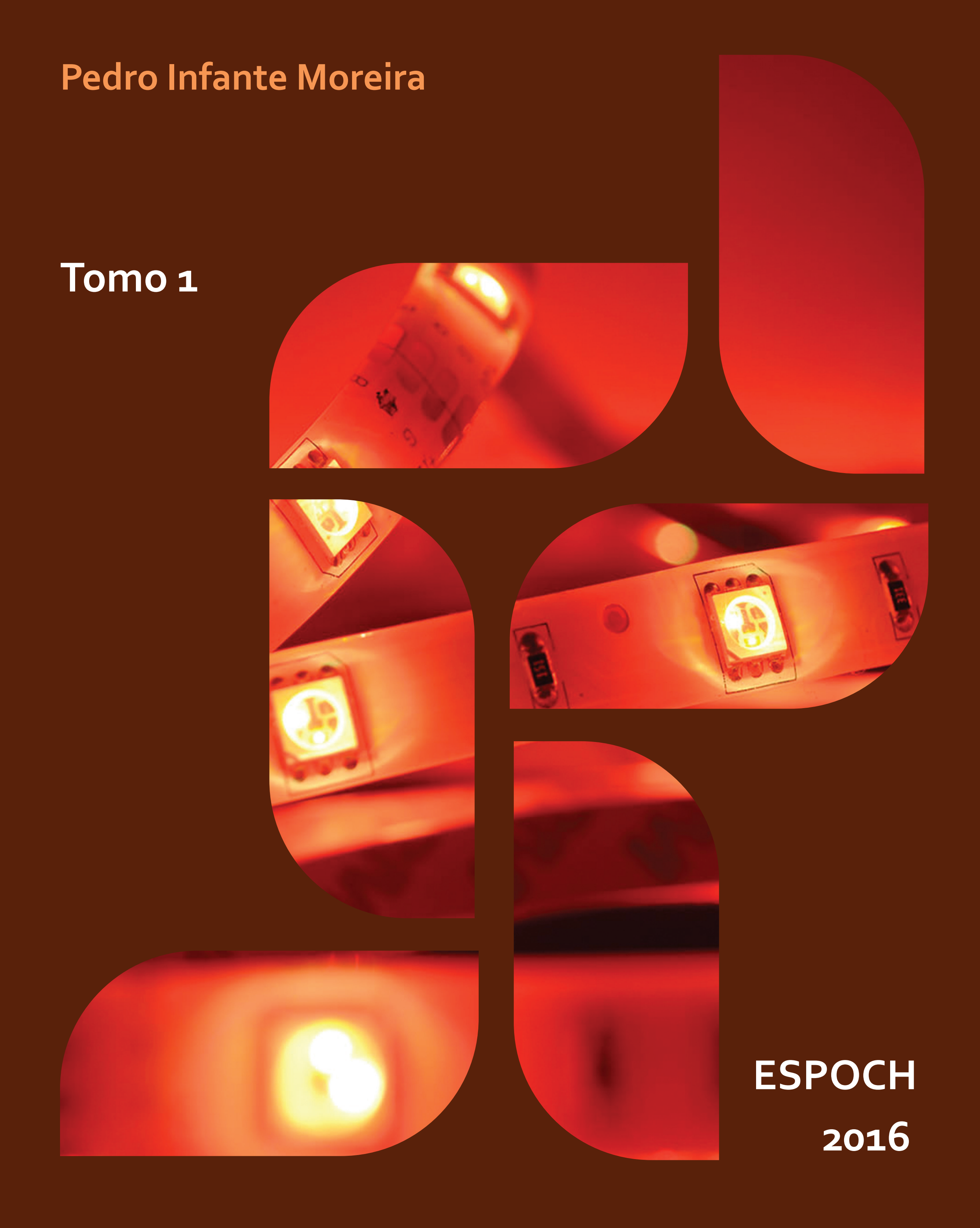
Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente

Pedro Infante Moreira

Tomo 1



ESPOCH

2016

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente

Tomo 1

Pedro Infante Moreira





Panamericana Sur, kilómetro 1 1/2
Instituto de investigación
Riobamba, Ecuador
Teléfono: 593 (03) 2 998-200
Código Postal: EC060155

Aval ESPOCH

Este libro se sometió a arbitraje bajo el sistema de doble ciego (*peer review*).

Corrección y diseño:
La Caracola Editores

Impreso en Ecuador

CDU: 537 + 621.3
Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente. Tomo 1.
Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.
Instituto de Investigaciones; 2015
105 p. vol: 17 x 24 cm
ISBN: 978-9942-14-322-8
1. Circuitos eléctricos
2. Circuitos en estado estable
3. Circuitos acoplados
4. Electricidad
5. Magnetismo

CONTENIDO TOMO 1

INTRODUCCIÓN

El *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente* está dirigido a estudiantes que tengan conocimientos del sustento teórico de circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna, en estado estable y estado transiente, con fuentes independientes y dependientes; poniendo énfasis en las leyes de Kirchhoff y de Ohm, teoremas de Thévenin y Norton, principio de linealidad y superposición, divisores de corriente y de voltaje, transformaciones de fuentes, funciones de transferencia, gráficas de polos y ceros y diagramas de Bode. Además deben tener conocimientos de cálculo diferencial e integral, álgebra, números complejos, trigonometría, resolución de circuitos eléctricos en estado estable y transformada de Laplace. Estas leyes son fundamentales para el aprendizaje, de tal forma que las puedan aplicar en la resolución de los problemas de circuitos eléctricos en estado transiente, con el único propósito de ayudar a los estudiantes a adquirir habilidades en el desarrollo de ejercicios eléctricos.

Los problemas desarrollados en el *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente* en su mayoría son los planteados en el libro Análisis de circuitos en ingeniería, de la cuarta edición, por los autores William H. Hayt, Jr. y Jack E. Kemmerly, y están fundamentados en sus contenidos teóricos, siendo una herramienta de trabajo de fácil entendimiento para los estudiantes.

Consta de siete capítulos. El capítulo I comprende la resolución de los problemas de circuitos RL y RC en corriente continua, en estado estable y transiente utilizando los métodos de análisis de nodos y análisis de mallas.

En el capítulo II, se resuelven los problemas de circuitos RL y RC con fuentes de corriente continua en estado estable y transiente

En el capítulo III, se resuelven los problemas de los circuitos RLC

en paralelo sin fuentes de corriente continua en estado estable y transiente.

El capítulo IV comprende la resolución de los problemas aplicando la transformada de Laplace.

El capítulo V comprende la resolución de los problemas de las gráficas de los polos y los ceros de una función.

El capítulo VI comprende la resolución de los problemas de la obtención de la función de transferencia con parámetros de dos puertos.

Finalmente, el capítulo VII comprende la resolución de los problemas para graficar en diagramas de Bode una función de transferencia de un circuito eléctrico.

CAPÍTULO 1
CIRCUITOS RL Y RC SIN FUENTE

Problemas Resueltos

Problema 1: calcular y graficar la corriente i_L e i_1 del circuito mostrado en la figura 1.1 (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 163).

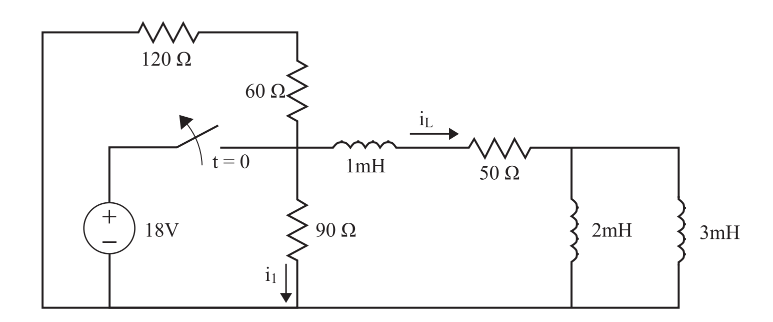


Figura 1.1. Calcular i_1 e i_L

Solución:

Cuando en un circuito existen interruptores, se produce una señal transitoria debido a la conmutación del interruptor. Se debe realizar un análisis antes y después de que ocurre la interrupción. El tiempo en el cual ocurre la interrupción se denomina t_0; un instante antes se denomina t_0^- y un instante después se denomina t_0^+. En este problema, el instante en que ocurre la interrupción es de $t_0 = 0$. El problema se resuelve en dos partes: a) para $t < t_0$ y b) para $t > t_0$.

a) Primeramente se debe dibujar un circuito para un tiempo $t < t_0$ con la finalidad de hallar las condiciones iniciales. En este problema, la interrupción ocurre en un tiempo $t_0 = 0$, entonces se analiza para un tiempo $t < 0$.

En la figura 1.1, se ve que el interruptor para t < 0 estuvo cerrado (la flecha indica la posición final) durante mucho tiempo, razón por la cual los inductores en corriente continua y en estado estable se comportan como un cortocircuito; en estas condiciones, el circuito es el que se muestra en la figura 1.2. Para calcular los valores de las corrientes $i_1(0^-)$ e $i_L(0^-)$ se aplica la Ley de Ohm.

$$i_1(0^-) = \frac{18}{90} = 0.2 \text{ A}$$

$$i_L(0^-) = \frac{18}{50} = 0.36 \text{ A}$$

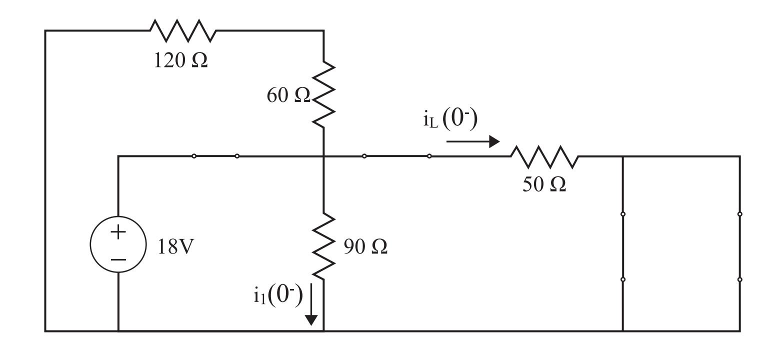


Figura 1.2. Condiciones iniciales de $i_1(0^-)$ e $i_L(0^-)$

b) Después se debe dibujar un circuito para un tiempo $t > t_0$; esto es, $t > 0$. En la figura 1.1, el interruptor para $t > 0$ se abre, de tal forma que, el circuito resultante queda como lo indica la figura 1.3.

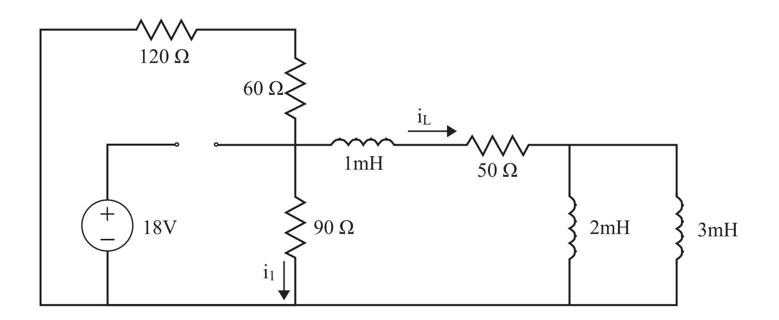


Figura 1.3. Circuito para t > 0

Debido a la conmutación del interruptor, se produce una variación en la corriente. Entonces, en estas condiciones, en los inductores se produce una variación tanto en la corriente así como en el voltaje.

En el circuito de la figura 1.3, la fuente de 18 V no afecta en nada al circuito, sobre todo para el cálculo de las corrientes i_L e i_1. Entonces, la fuente sale del circuito. Los inductores de 2 mH y 3 mH están conectados en paralelo, quedando un solo inductor equivalente de 1.2 mH. Las resistencias de 60 Ω y 120 Ω están conectadas en serie, quedando un resistor equivalente de 180 Ω. El circuito resultante queda reducido tal como lo indica la figura 1.4.

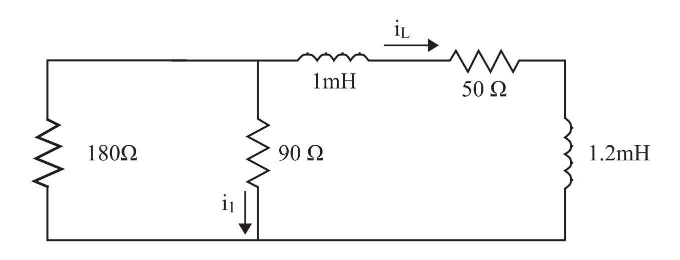


Figura 1.4. Circuito resultante para t > 0

En la figura 1.4, reduciendo resistencias en serie y en paralelo, se obtiene un valor de Req = 110 Ω, así como también inductores en serie con un valor de Leq = 2.2 mH. El circuito equivalente se indica en la figura 1.5.

$$R_{eq} = \frac{(180)(90)}{180+90} + 50 = 110 \ \Omega$$

$$L_{eq} = 1 + 1.2 = 2.2 \text{ mH}$$

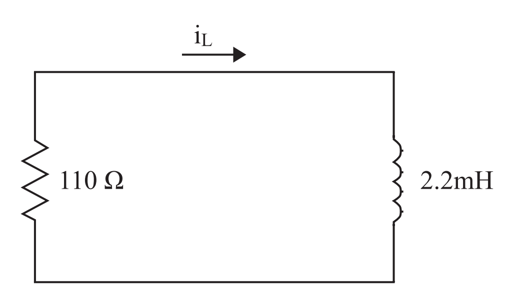


Figura 1.5. Circuito equivalente RL en serie

La figura 1.5 representa un modelo de un circuito RL sin fuente y su corriente $i_L = i(t)$ por definición está representado en la ecuación (1-1), esto es:

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (1\text{-}1)$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2.2 \times 10^{-3}}{110} = 2 \times 10^{-5} \text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 50\,000$$

$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 0.36$ A, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

Reemplazando valores, la corriente en el inductor es:

$$i_L(t) = 0.36\ e^{-50000t}\,A \qquad (1\text{-}2)$$

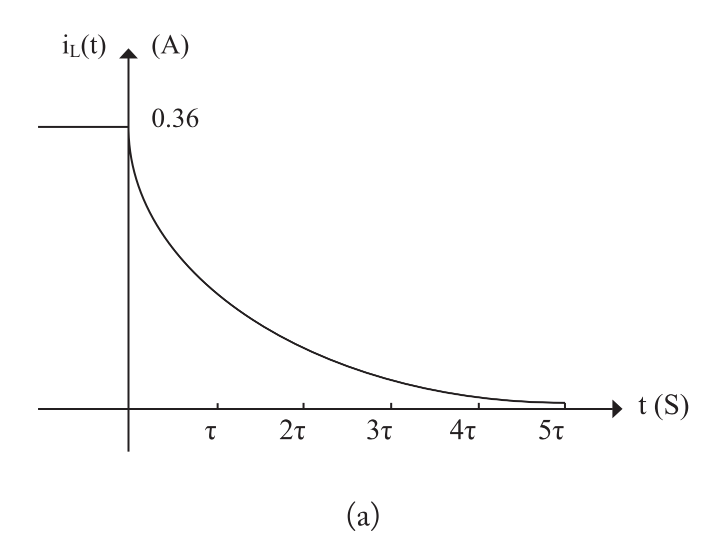
En el nodo superior del circuito de la figura 1.4, se aplica divisor de corriente para calcular la corriente i_1:

$$i_1 = -\,i_L \frac{180}{180+90} = -\,0.36\ e^{-50000t}\,\frac{180}{270}$$

$$i_1 = -\,0.24\ e^{-50000t}$$

$$i_1(t) = -\,0.24\ e^{-50000t}\,A$$

Finalmente se procede a graficar para todo t (figura 1.6) las corrientes i_L e i_1 que se muestran en las ecuaciones (1-2) y (1-3) respectivamente. La gráfica para todo t, significa en el rango de menos infinito a más infinito.



(a)

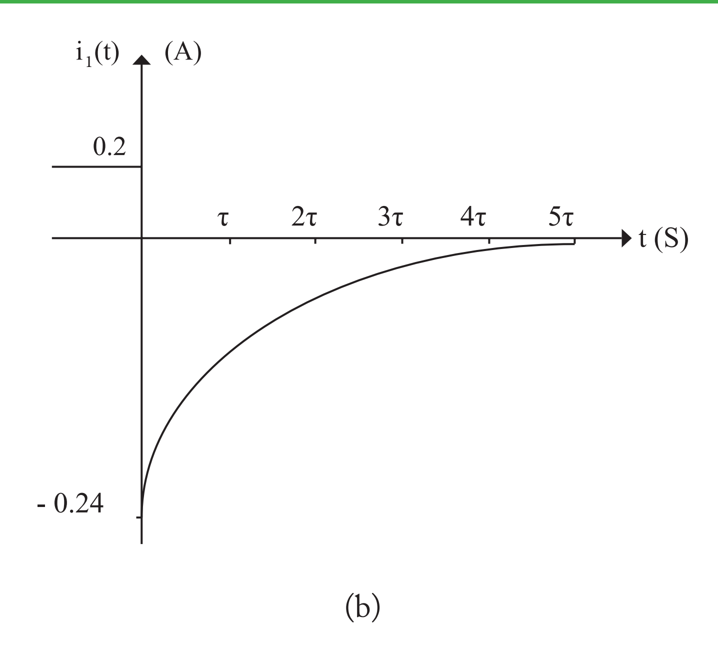


Figura 1.6. (a) Gráfico de $i_L(t)$ para todo t
(b) Gráfico de $i_1(t)$ para todo t

Problema 2: "Después de estar cerrado por un tiempo muy largo, el interruptor en la figura 1.7 se abre en t = 0. a) Calcúlese i_L (0^+) y w_L (0^+). b) Calcúlese i_L (t). c) Calcúlese v_{10} (t) " (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 169).

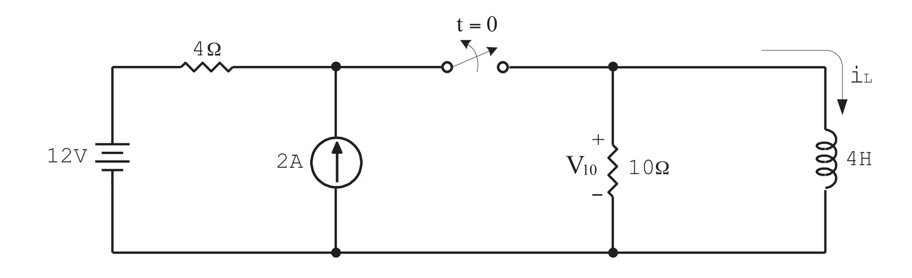


Figura 1.7

Solución:

La interrupción ocurre en t = 0; se debe hacer el análisis para un tiempo $t < 0$ y $t > 0$; esto es:

Para $t < 0$: observando en el circuito de la figura 1.7, el interruptor estuvo cerrado por mucho tiempo cuyo circuito se representa en la figura 1.8. En este circuito, el inductor se comporta como un cortocircuito, debido a las fuentes de 12 V y de 2 A de corriente continua y a las condiciones de estado estable.

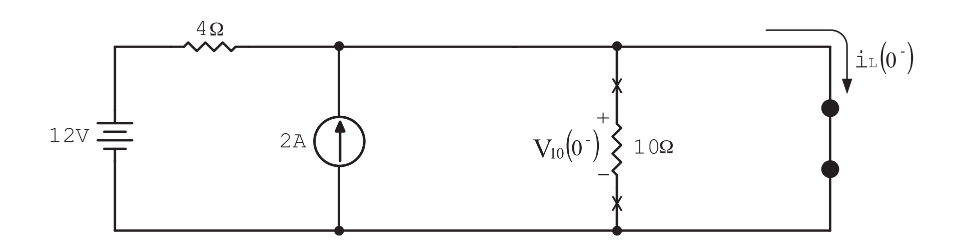


Figura 1.8

La resistencia de 10 Ω se abre ya que por ahí no circula corriente, debido a que está en paralelo con el cortocircuito, entonces $V_{10}(0^-) = 0$. Con la fuente real de voltaje (12 V en serie con 4Ω) se realiza una transformación a una fuente real de corriente (3 A en paralelo con 4 Ω), cuyo cálculo de corriente se muestra a continuación:

$$is = \frac{12}{4} = 3A$$

El nuevo circuito se presenta en la figura 1.9 y en el nodo 1 se aplica la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK). Se asume signo negativo (-) para las corrientes que entran al nodo y signo positivo (+) para las corrientes que salen del nodo.

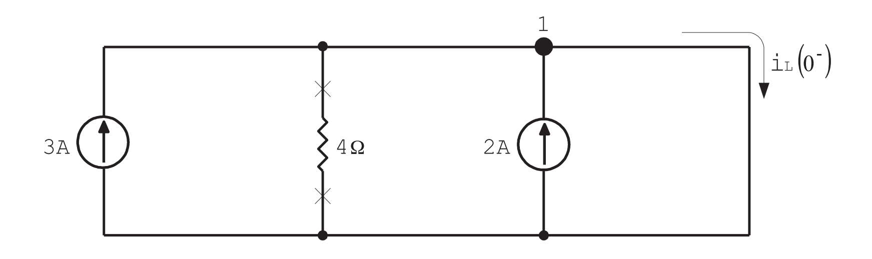


Figura 1.9

NODO 1

En el nodo 1, se aplica la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK), asumiendo que, las corrientes que entran al nodo tienen signo negativo y a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo.

$$-3-2+i_L(0^-)=0$$

$$i_L(0^-)=5A$$

Por lo tanto, la respuesta es:

a) $i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = 5A$, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

La energía en el inductor es:

$$w_L(0^+)=\frac{1}{2}Li_L(0^+)^2=\frac{1}{2}(4)(5)^2=50$$
$$w_L(0^+)=50\,\text{Joule}$$

b) Para $t > 0$: observando en el circuito de la figura 1.7, el interruptor se abre y el circuito resultante se muestra en la figura 1.10.

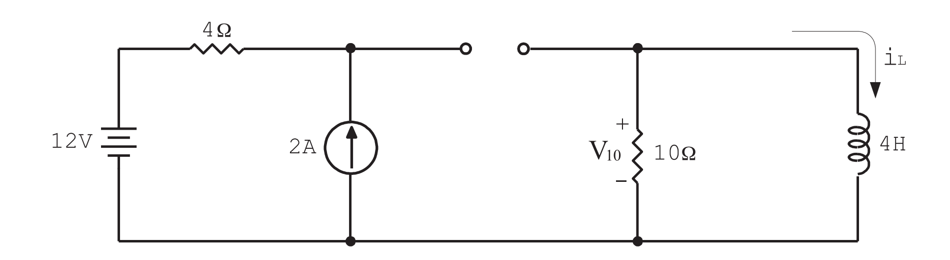


Figura 1.10

Se pide calcular v_{10} (t) e i_L (t) , por lo tanto, el circuito del lado izquierdo de la figura 1.10 no interviene ya que no afecta a la respuesta del circuito de la derecha representado en la figura 1.11.

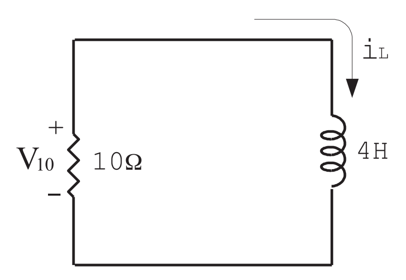


Figura 1.11

La figura 1.11 representa un modelo de un circuito RL sin fuente y su corriente por definición es:

$$i_L(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 5A$, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{4}{10} = 0.4seg$$

$$i_L(t) = 5e^{-\frac{t}{0.4}} = 5e^{-2.5t}$$

$$i_L(t) = 5e^{-2.5t}\,A$$

c) $v_{10}(t) = 10(-i_L) = (-10)(5e^{-2.5t}) = -50e^{-2.5t}$

$$v_{10}(t) = -50e^{-2.5t}\ V$$

Problema 3: "En la figura 1.12, sea $i_S = 12A$ para $t < 0$ y cero para $t > 0$. Calcúlese $i_L(t)$ y grafíquese para $-0.01 < t < 0.05$ seg. Calcúlese $v_L(t)$ y grafíquese para el mismo intervalo de tiempo" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 169).

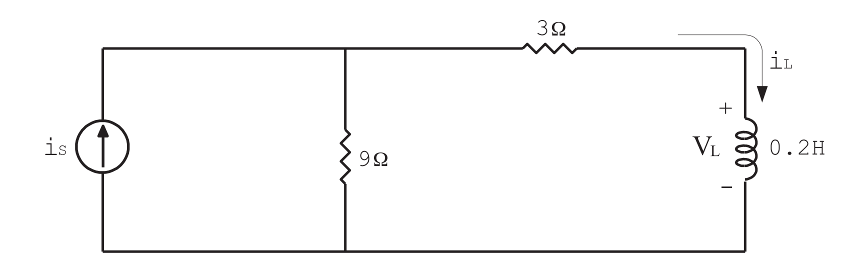


Figura 1.12

Solución:

<u>Para t < 0:</u> de acuerdo a los datos del problema y observando el circuito de la figura 1.12, el inductor en estado estable y en corriente continua (12 A) se comporta como un cortocircuito, el cual se muestra en la figura 1.13. Los valores iniciales de corriente $i_L(0^-)$ y voltaje $v_L(0^-)$ se dan a continuación:

$$v_L(0^-) = 0$$

Aplicando divisor de corriente en el nodo superior izquierdo:

$$i_L(0^-) = (12)\frac{9}{9+3} = \frac{108}{12} = 9A$$

$$i_L(0^-) = 9A$$

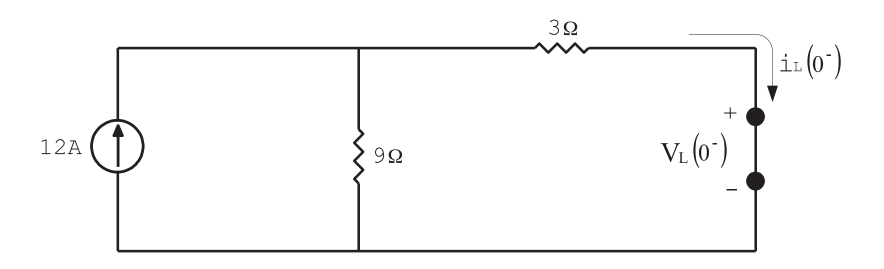


Figura 1.13

Para t > 0: de acuerdo a los datos del problema y observando el circuito de la figura 1.12, la fuente $i_s = 0$. El circuito queda como el de la figura 1.14 (a). Las resistencias de 9 Ω y 3 Ω están conectados en serie cuya resistencia equivalente es de 12 Ω, como se muestra en la figura 1.14 (b), representa un modelo de un circuito RL sin fuente y su corriente por definición es,

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 9A$, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

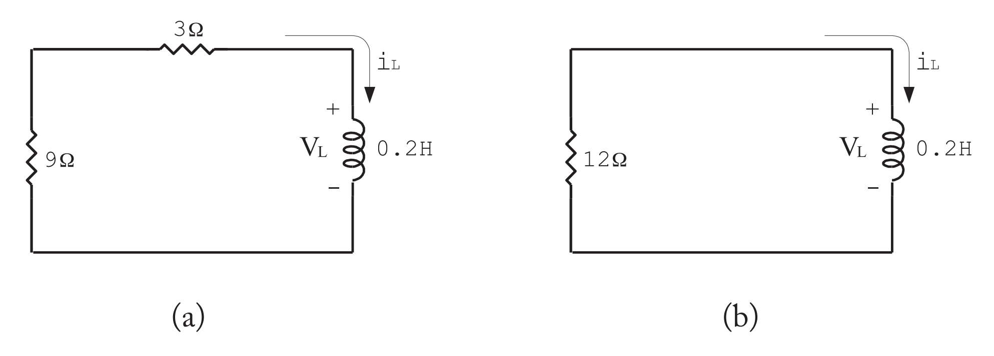


Figura 1.14

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.2}{12} = 0.0167$$

$$\frac{1}{\tau} = 60$$

$$i_L(t) = 9e^{-60t}\,A \qquad (1\text{-}4)$$

Se procede a evaluar la corriente de la ecuación (1-4) en el rango de tiempo de: – 0.01 < t < 0.05 seg; se tiene:

$$i_L(0.05) = 9e^{-60(0.05)}\,A$$

$$i_L(0.05) = 0.45\ A$$

$$i_L(0) = 9A$$

$$i_L(-0.01) = 9A$$

Por definición, el voltaje en el inductor es:

$$v_L(t) = L\frac{di_L}{dt}$$

$$v_L(t) = (0.2)\frac{d}{dt}(9e^{-60t}) = (0.2)(9)(-60)e^{-60t}$$

$$v_L(t) = -108e^{-60t}V \qquad (1\text{-}5)$$

Evaluando el voltaje de la ecuación (1-5) en el rango de tiempo de: – 0.01 < t < 0.05 seg, se tiene:

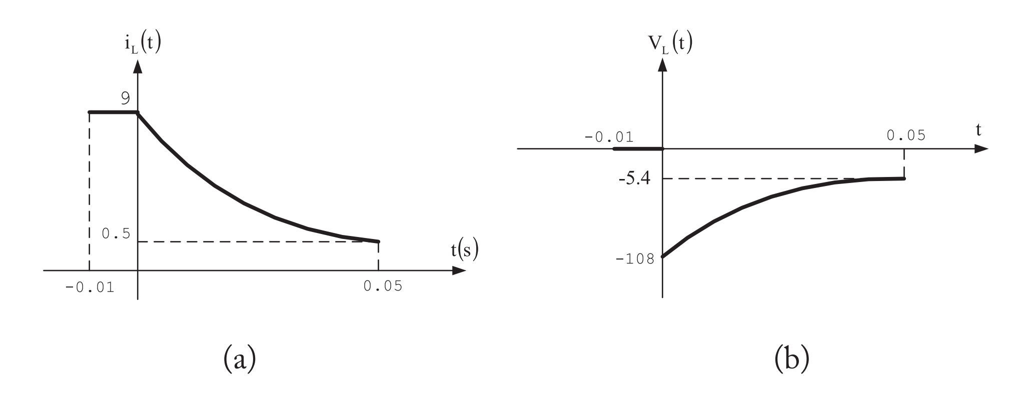
$$v_L(0.05) = -108e^{-(60)(0.05)} = -5.4$$

$$v_L(0.05) = -5.4V$$

$$v_L(0) = -108V$$

$$v_L(-0.01) = -108V$$

Las gráficas de la corriente i_L (t) y el voltaje v_L (t) de las ecuaciones (1-4) y (1-5) se encuentran en la figura 1.15 (a) y (b).



(a) (b)

Figura 1.15

Problema 4: "a) Un inductor de 0.2 H se conecta en paralelo con un resistor de 25 Ω . Si i_L (0) = 5A, calcúlese i_L (t) y el valor de t = t_1, tal que i_L (t_1) = 1A" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 169).

Solución:

Con los datos del problema, se tiene un circuito RL sin fuente cuya fórmula es:

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 5A$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.2}{25} = 8 \times 10^{-3}\,seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 125$$

$$i_L(t) = 5e^{-125t}\ A$$

$$i_L(t_1) = 5e^{-125t_1} = 1$$

$$e^{-125t_1} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$Ln(e^{-125t_1}) = Ln(0.2)$$

$$-125\,t_1 Ln(e) = Ln(0.2)$$

$$t_1 = \frac{Ln(0.2)}{-125} = 0.0129\ seg$$

$$t_1 = 12.9\ mseg$$

Problema 5: "Para el circuito de la figura 1.16, calcúlese i_L (t) y grafíquese para t > 0" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 169).

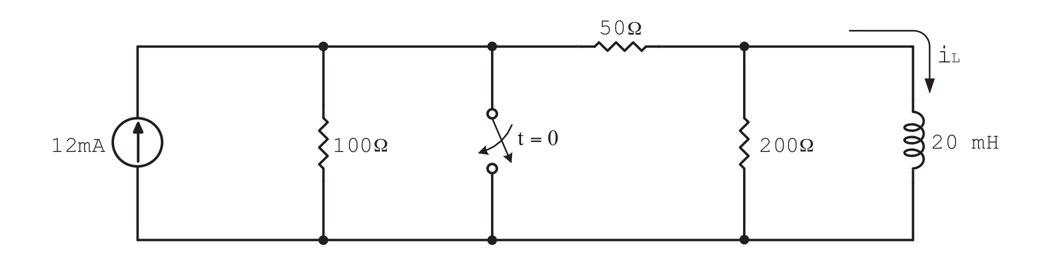
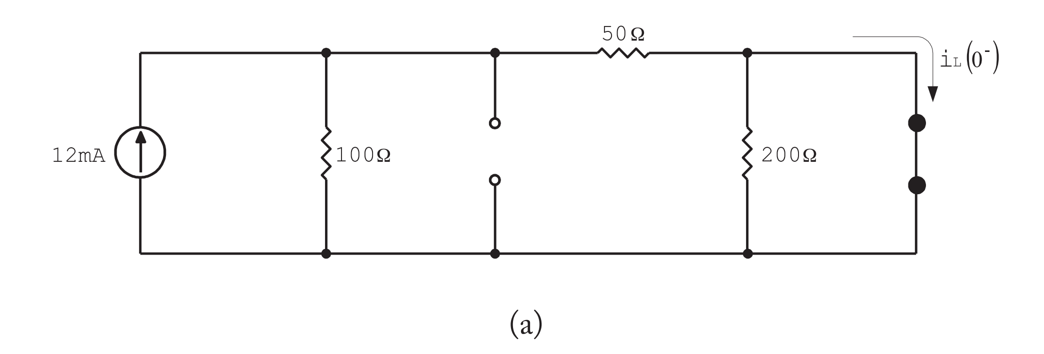


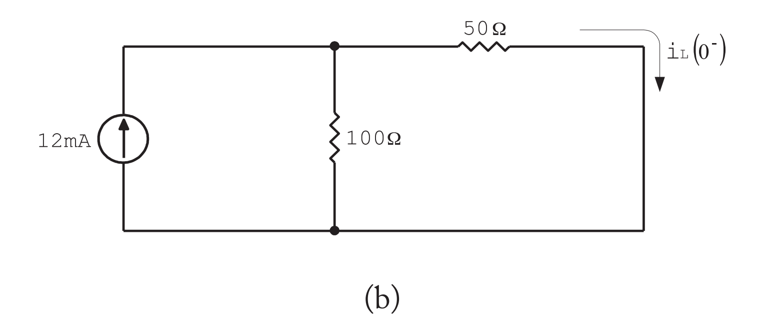
Figura 1.16

Solución:

<u>Para t < 0</u>, observando el circuito de la figura 1.16 el interruptor estuvo abierto, el inductor se comporta como un cortocircuito debido a la fuente de corriente continua y estado estable cuyo circuito se muestra en la figura 1.17 (a). La resistencia de 200 Ω se abre debido a que se encuentra en paralelo con el cortocircuito, el circuito resultante se muestra en la figura 1.17 (b). Aplicando divisor de corriente en el nodo superior izquierdo, se tiene:



(a)



(b)

Figura 1.17 (a) y (b)

$$i_L(0^-) = (12 \times 10^{-3})\frac{100}{150} = 8 \times 10^{-3}\,A$$

$$i_L(0^-) = 8\,mA$$

Para t > 0, observando el circuito de la figura 1.16, el interruptor se cierra; como resultado se muestra el circuito de la figura 1.18. La corriente que envía la fuente de 12 mA se va por el cortocircuito que forma el interruptor (A-B), no afecta para el cálculo de i_L (t), entonces el circuito final es el de la figura 1.19 (a). Las resistencias de 50 Ω y 200 Ω están conectadas en paralelo cuyo equivalente es de 40 Ω, el cual se muestra en la figura 1.19 (b). Este es un circuito RL sin fuente con su ecuación de corriente i_L (t),

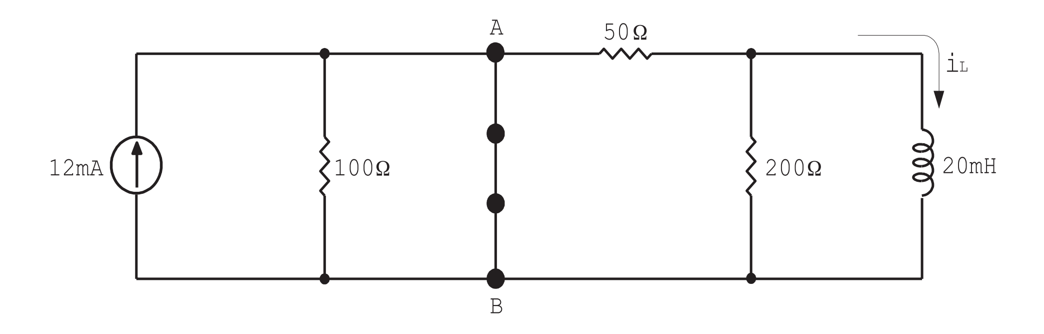


Figura 1.18

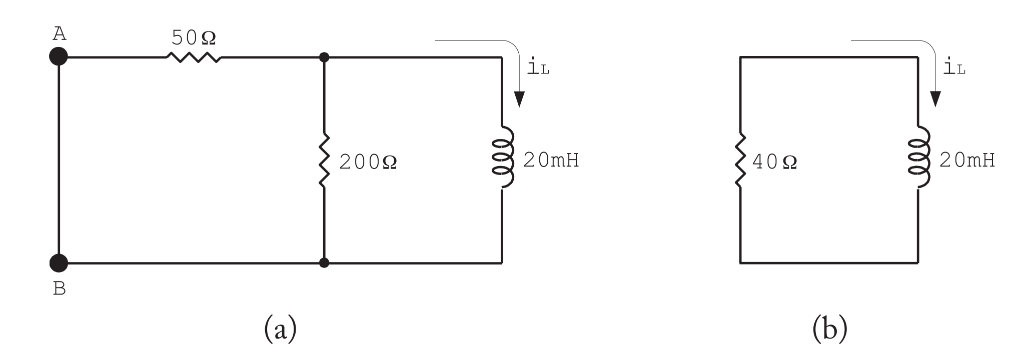


Figura 1.19 (a) y (b)

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 8mA$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{20 \times 10^{-3}}{40} = 5 \times 10^{-4} seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 2000$$

$$i_L(t) = 8e^{-2000t} \ mA \qquad (1\text{-}6)$$

La ecuación (1-6) se encuentra graficada en la figura 1.20.

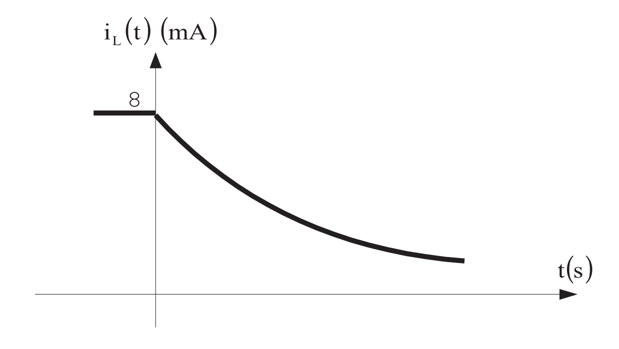


Figura 1.20. Gráfica de la corriente i_L (t) ver sus tiempo t

Problema 6: "Calcúlese la energía almacenada en el inductor de la figura 1.21 veinte microsegundos después de que se mueve el interruptor" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 169).

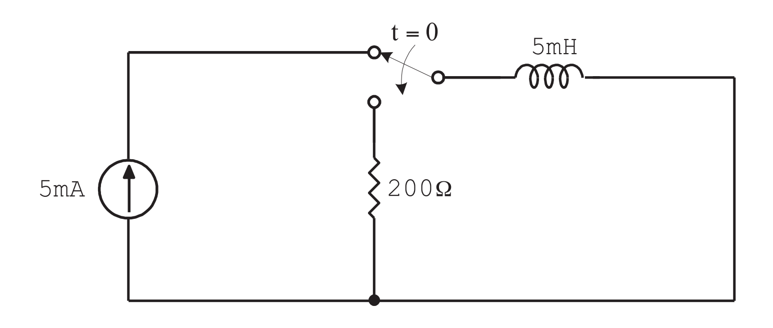


Figura 1.21

Solución:

Para t < 0, observando el circuito de la figura 1.21, el interruptor está conectado en el borne superior del *swich*; en estas condiciones, el inductor se comporta como un cortocircuito tal como se muestra en la figura 1.22 y su corriente es:

$$i_L(0^-) = 5 \text{ mA}$$

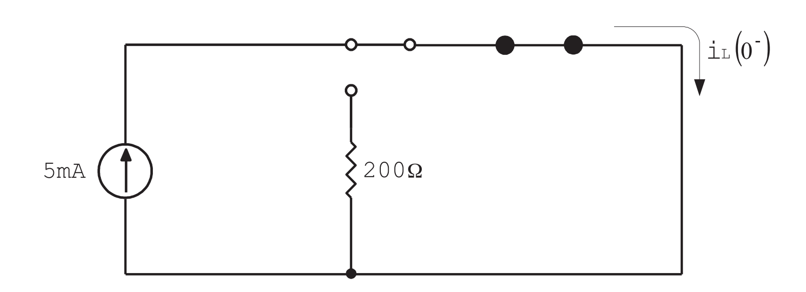


Figura 1.22

Para t > 0, observando el circuito de la figura 1.21, el interruptor pasa al borne inferior del *swich;* el circuito es el de la figura 1.23. Este es un circuito RL sin fuente cuyos cálculos se encuentran a continuación:

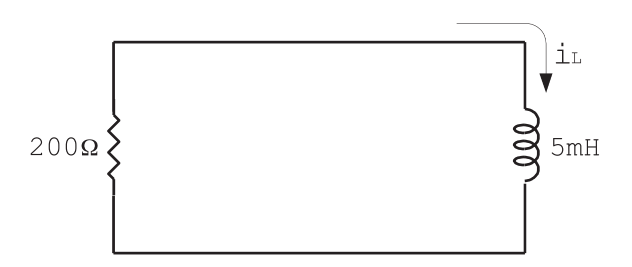


Figura 1.23

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 5mA$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5 \times 10^{-3}}{200} = 2.5 \times 10^{-5} seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 40000$$

$$i_L(t) = 5e^{-40000t} \ mA$$

La potencia instantáneas es:

$$p = vi$$

$$p = L\frac{di}{dt}i$$

$$\int_{t_0}^{t} pdt = \int_{t_0}^{t} Lidi$$; energía almacenada para un tiempo t > 0

$$w(t) - w(t_0) = L\int_{t_0}^{t} i di$$

$$w(t) = L\int_{t_0}^{t} i di + w(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2}L\left[i^2(t) - i^2(t_0)\right] + \frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(t_0) + \frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2}Li_L{}^2(t)$$

$$i_L(t = 20 \text{ x } 10^{-6}) = 5e^{-40000t}$$

$$i_L(t = 20 \text{ x } 10^{-6}) = 5e^{-(40000)(20 \text{ x } 10^{-6})}$$

$$i_L(t = 20 \text{ x } 10^{-6}) = 2.25 \text{ A}$$

$$w(t = 20 \text{ x } 10^{-6}) = \frac{1}{2}(5 \text{ x } 10^{-3})(2.25 \text{ x } 10^{-3})^2$$

$$w(t = 20 \text{ x } 10^{-6}) = 12.65 \text{ nJ}$$

Problema 7: “El interruptor del circuito mostrado en la figura 1.24 se abre en t = 0. a) Calcúlese v(t) para t > 0. b) Grafíquese v(t) para –1 < t < 1 seg” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 170).

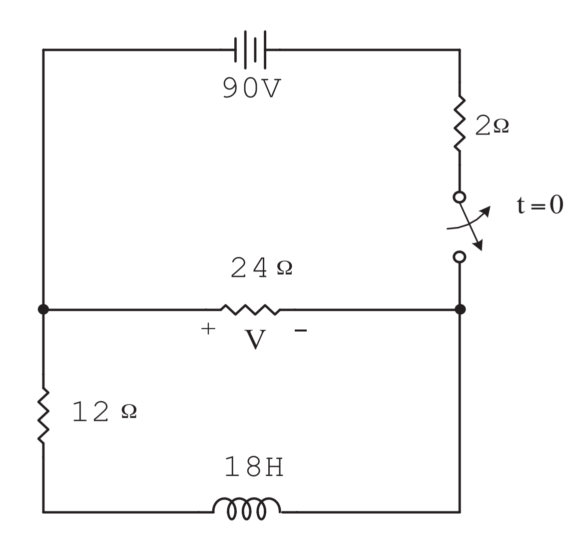


Figura 1.24

Solución:

Para t < 0, observando el circuito de la figura 1.24, el interruptor estuvo cerrado. Debido a la corriente continua y estado estable, el inductor se comporta como un cortocircuito cuyo circuito se muestra en la figura 1.25 (a). Las resistencias de 12 Ω y 24 Ω se encuentran conectadas en paralelo cuyo equivalente es de 8 Ω y se muestra en la figura 1.25 (b).

$$R_{eq} = \frac{(24)(12)}{24 + 12} = \frac{288}{36} = 8\Omega$$

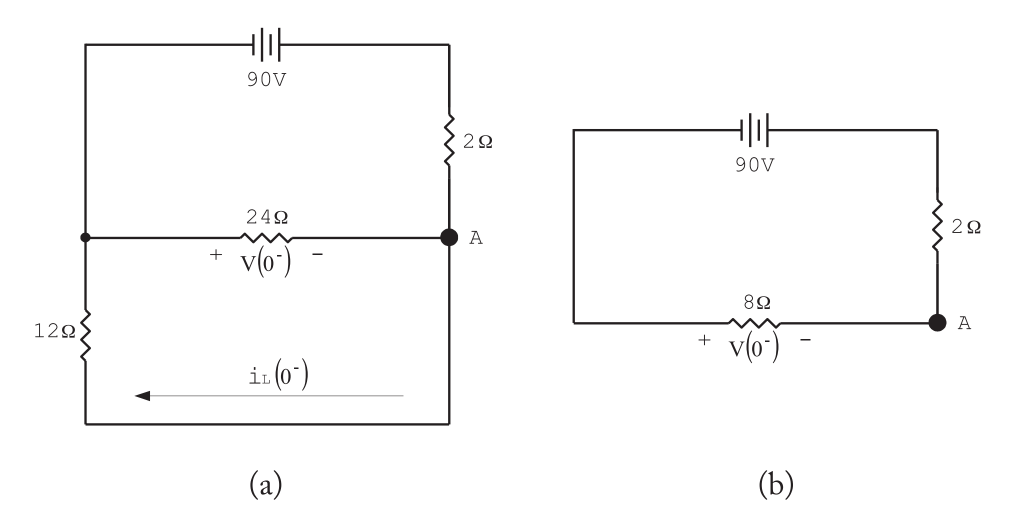


Figura 1.25 (a) y (b)

En la figura 1.25 (b), se aplica divisor de voltaje:

$$v(0^-) = (-90)\frac{8}{8+2} = -72V$$

$$v(0^-) = -72V$$

En la figura 1.25 (a):

$$v(0^-) = 12\left[-i_L(0^-)\right]$$

$$i_L(0^-) = -\frac{v(0^-)}{12} = \frac{-(-72)}{12} = 6A$$

$$i_L(0^-) = 6A$$

Para t > 0, observando el circuito de la figura 1.24, el interruptor se abre. El circuito resultante queda representado en la figura 1.26a, cuyo circuito equivalente se muestra en la figura 1.26 (b).

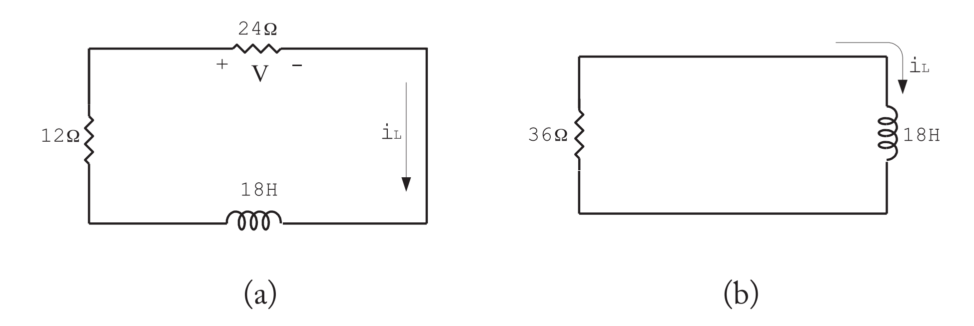


Figura 1.26 (a) y (b)

De la figura 1.26 (b):

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 6A$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{18}{36} = 0.5seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 2$$

$$i_L(t) = 6e^{-2t}A$$

De la figura 1.26 (a):

$$v(t) = (24)(i_L)$$

$$v(t) = (24)(6e^{-2t}) = 144e^{-2t}$$

a) $v(t) = 144e^{-2t}\ V$ (1-7)

b) $v(t = 1) = 144e^{-2(1)} = 19.5V$

$v(t = 0) = 144V$

La gráfica de la ecuación (1-7) se muestra en la figura 1.27.

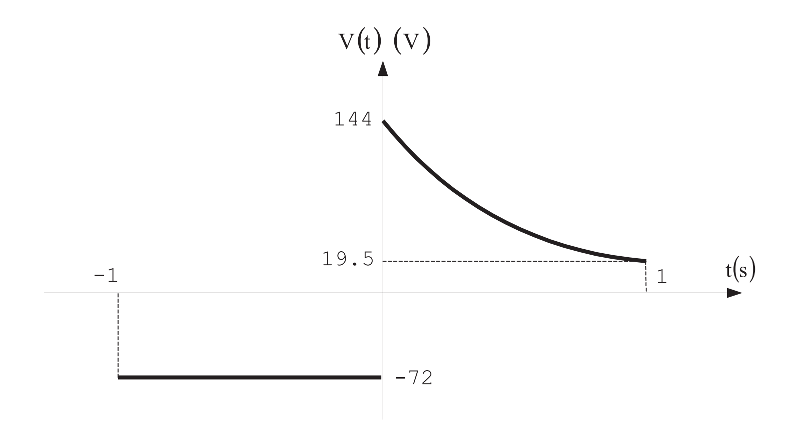


Figura 1.27

Problema 8: "La batería de la figura 1.28 se desconecta en t = 0. a) Calcúlese i_L (0^-). b) i_L (0^+). c) Encuéntrese la resistencia (Thévenin) equivalente 'vista' por el inductor, para t > 0. d) Calcúlese τ. e) Encuéntrese i_L (t), t > 0" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 170).

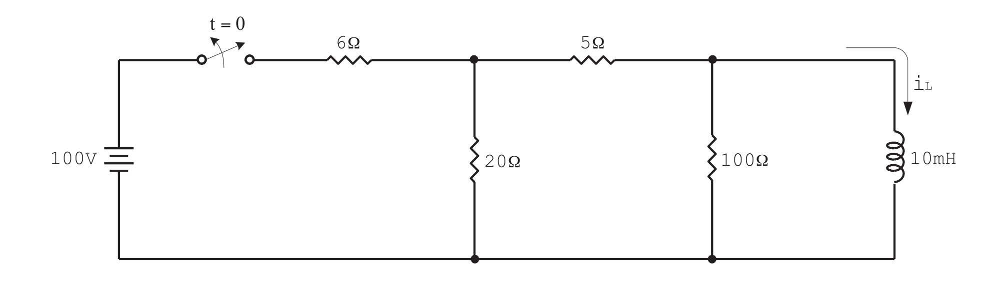


Figura 1.28

Solución:

Para t < 0, observando el circuito de la figura 1.28, el interruptor permanece cerrado y el inductor se comporta como un cortocircuito tal como se indica en la figura 1.29 (a). La resistencia de 100 Ω se abre debido a que está en paralelo con el cortocircuito; el resultado es el circuito de la figura 1.29 (b). Las resistencias de 5 Ω y 20 Ω se encuentran conectadas en paralelo cuyo equivalente es de 4 Ω y se muestra en la figura 1.29 (c).

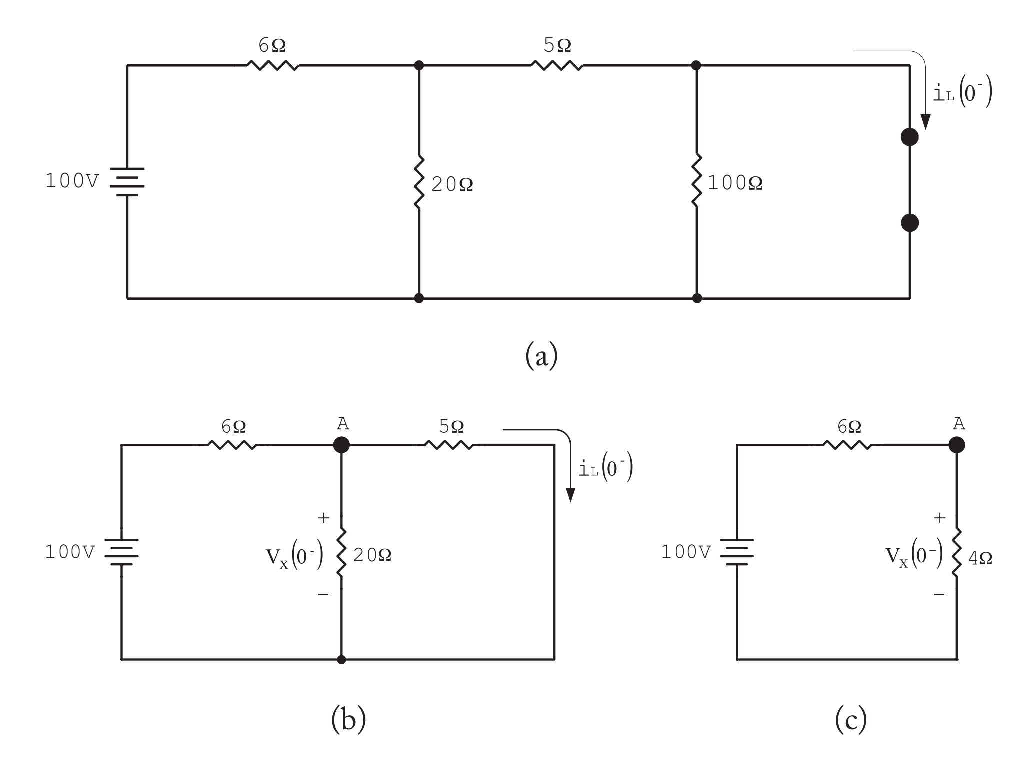


Figura 1.29 (a), (b) y (c)

$$R_{eq} = \frac{(20)(5)}{20+5} = \frac{100}{25} = 4\,\Omega$$

En la figura 1.29 (c), se aplica divisor de voltaje:

$$v_x(0^-) = (100)\frac{4}{6+4} = \frac{400}{10} = 40\ \text{V}$$

En la figura 1.29 (b), se aplica la Ley de Ohm:

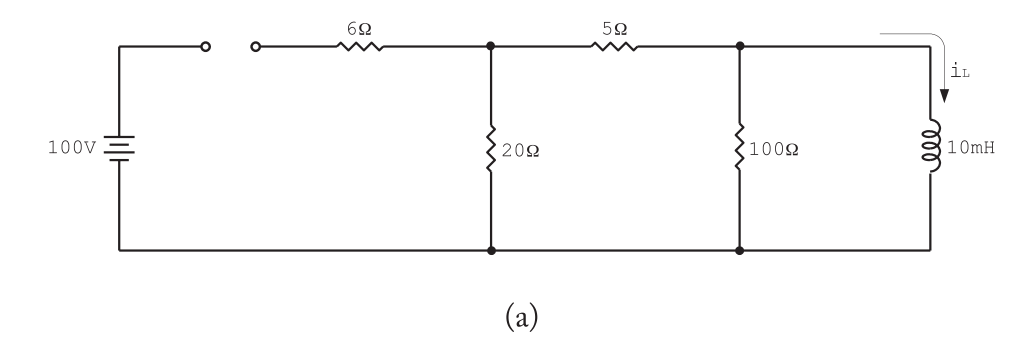
$$v_x(0^-) = 5i_L(0^-)$$

$$i_L(0^-) = \frac{v_x(0^-)}{5} = \frac{40}{5} = 8\text{A}$$

a) $i_L(0^-) = 8\text{A}$

b) $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 8\text{A}$

Para t > 0, observando el circuito de la figura 1.28, el interruptor se abre; el circuito queda representado en la figura 1.30 (a). La fuente de 100 V se retira, ya que no interviene en el circuito de la derecha para el cálculo de la corriente en el inductor cuyo circuito se muestra en la figura 1.30 (b).



(a)

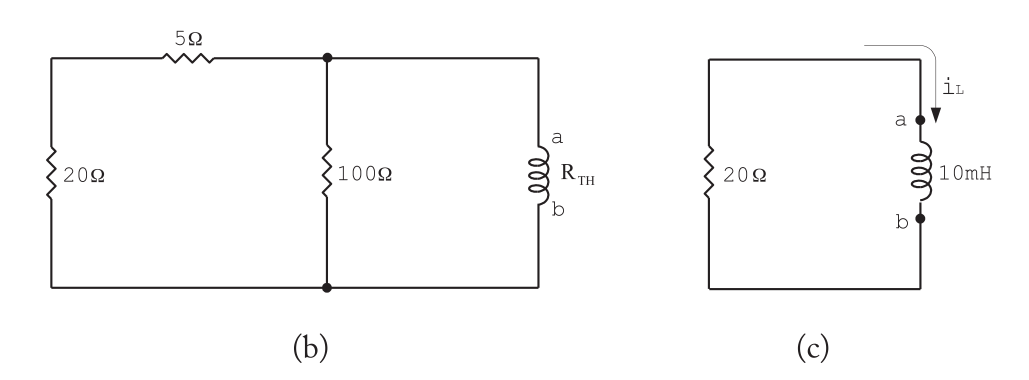


Figura 1.30 (a), (b) y (c)

En la figura 1.30 (b), las resistencias de 5 Ω y 20 Ω están conectadas en serie y ésta, a su vez, está en paralelo con la resistencia de 100 Ω. El circuito equivalente se muestra en la figura 1.30 (c).

$$R_{TH} = \frac{(5+20)(100)}{5+20+100} = \frac{2500}{125} = 20\,\Omega$$

$$R_{TH} = 20\Omega$$

d) En la figura 1.30 (c):

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{10 \text{x} 10^{-3}}{20} = 5 \text{x} 10^{-4} \text{seg}$$

$$\tau = 0.5 \text{x} 10^{-3} \text{seg}$$

$$\tau = 0.5 \text{mseg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 2000$$

e) $i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 8A$$

$$i_L(t) = 8e^{-2000t}A$$

Problema 9: "Obsérvese la figura 1.31 y calcúlese $i_x(t)$ para todo t. Proporciónese su valor numérico cuando t = - 2, 0^-, 0^+, 2 y 4 mseg" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 171).

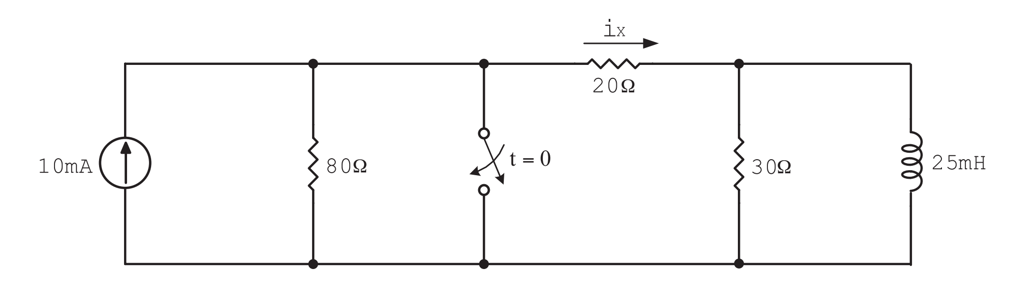
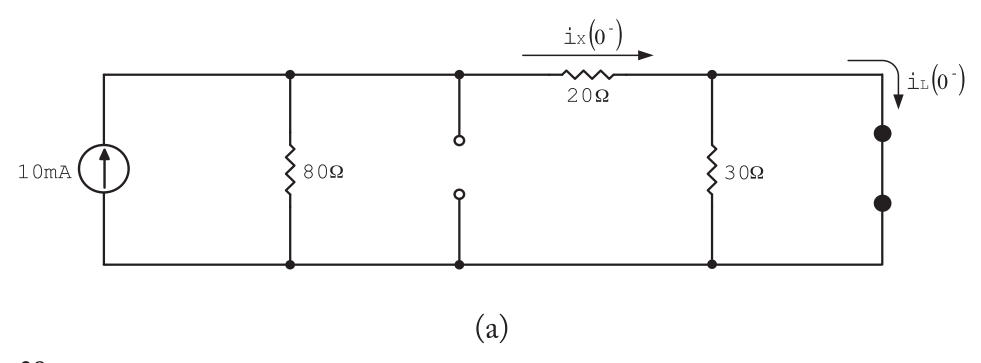


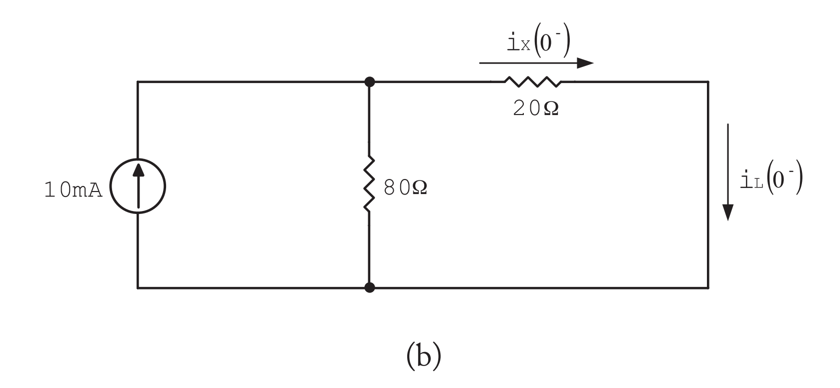
Figura 1.31

Solución:

<u>Para t < 0</u>, observando el circuito de la figura 1.31, el interruptor estuvo abierto. Debido a la corriente continua y estado estable, el inductor se comporta como un cortocircuito cuyo resultado se muestra en la figura 1.32 (a), la resistencia de 30 Ω se abre por el cortocircuito que se encuentra en paralelo y el nuevo circuito se muestra en la figura 1.32 (b).



(a)



(b)

Figura 1.32 (a) y (b)

En la figura 1.32 (b), en el nodo superior izquierdo, se aplica divisor de corriente para calcular

$i_L(0^-)$ e $i_x(0^-)$:

$$i_L(0^-) = (10 \times 10^{-3}) \frac{80}{80 + 20} = \frac{0.8}{100} = 8 \times 10^{-3}$$

$$i_x(0^-) = i_L(0^-) = 8 \text{ mA}$$

<u>Para t > 0</u>, observando el circuito de la figura 1.31, el interruptor se cierra, como resultado se muestra el circuito de la figura 1.33 (a). La corriente que envía la fuente de 10 mA se va por el cortocircuito, no afecta para el cálculo de i_L (t); entonces el circuito final es el de la figura 1.33 (b). Las resistencias de 20 Ω y 30 Ω están conectadas en paralelo cuyo equivalente es de 12 Ω, el cual se muestra en la figura 1.33 (c). Este es un circuito RL sin fuente con su ecuación de corriente i_L (t):

$$R_{eq} = \frac{(20)(30)}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12\,\Omega$$

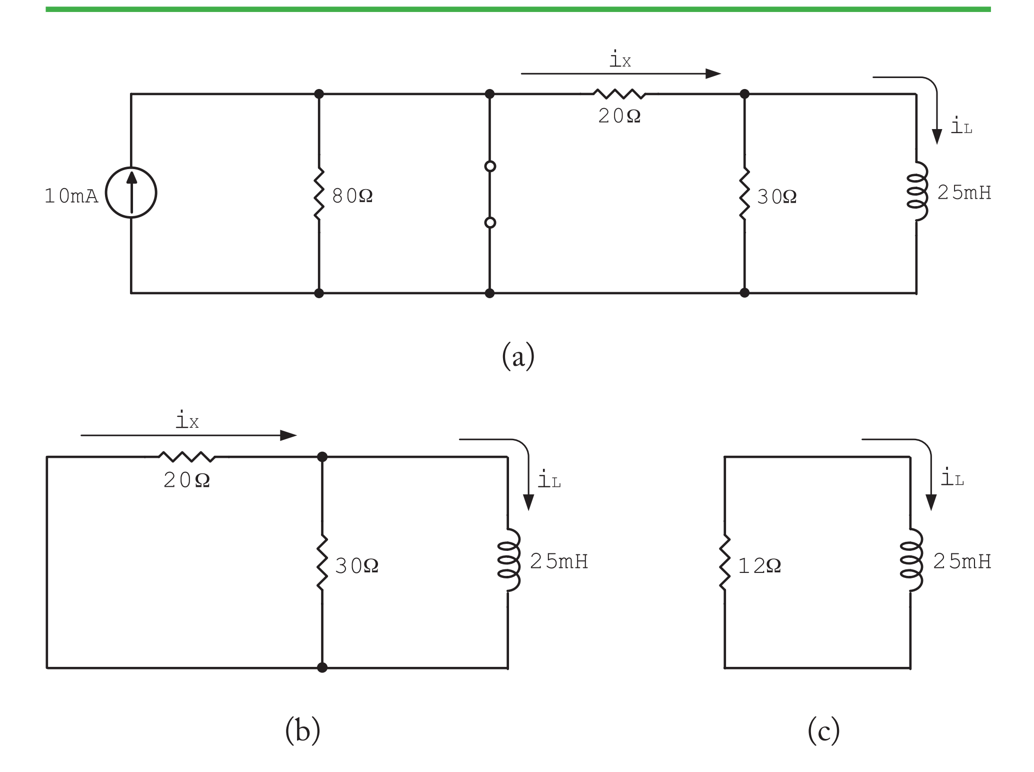


Figura 1.33 (a), (b) y (c)

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{25\times10^{-3}}{12} = 2.083\times10^{-3}\,\text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 480$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 8\,\text{mA}$$

$$i_L(t) = 8e^{-480t}\,\text{mA}$$

En la figura 1.33 (b), se aplica divisor de corriente:

$$-i_x(t) = -i_L(t)\frac{30}{20+30}$$

$$i_x(t) = i_L(t)\frac{30}{50} = \frac{(8e^{-480t})30}{50} = 4.8e^{-480t} \text{ mA}$$

$$i_x(t) = 4.8e^{-480t} \text{ mA}$$

$$i_x(t=-2) = 8\text{mA}$$

$$i_x(0^-) = 8\text{mA}$$

$$i_x(0) = 4.8\text{mA}$$

$$i_x(0^+) = 4.8\text{mA}$$

$$i_x(2\text{mseg}) = 4.8e^{-480(2\times10^{-3})} = 1.838\text{mA}$$

$$i_x(4\text{mseg}) = 4.8e^{-480(4\times10^{-3})} = 0.704\text{mA}$$

Problema 10: "Calcúlese i_1 (t) para t > 0 en la figura 1.34 si i_1 (0) = 5A" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 171).

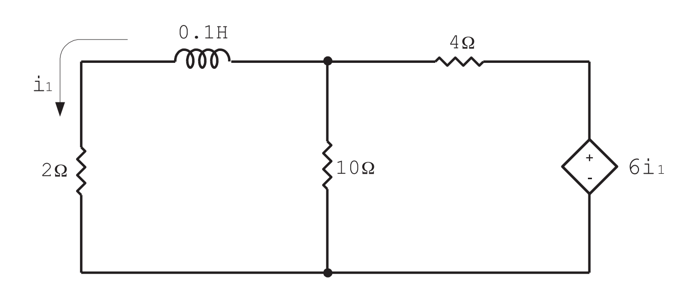


Figura 1.34

Solución:

Para t > 0, en la figura 1.34, se retira el inductor en los puntos a-b para encontrar la resistencia equivalente de Thévenin, tal como se muestra en la figura 1.35 (a). Como en el circuito no se encuentra ninguna fuente independiente, para excitar a la fuente dependiente de voltaje se pone una fuente independiente de corriente de 1 A entrando por el terminal de mayor potencial, en este caso el punto a, tal como se muestra en la figura 1.35 (b).

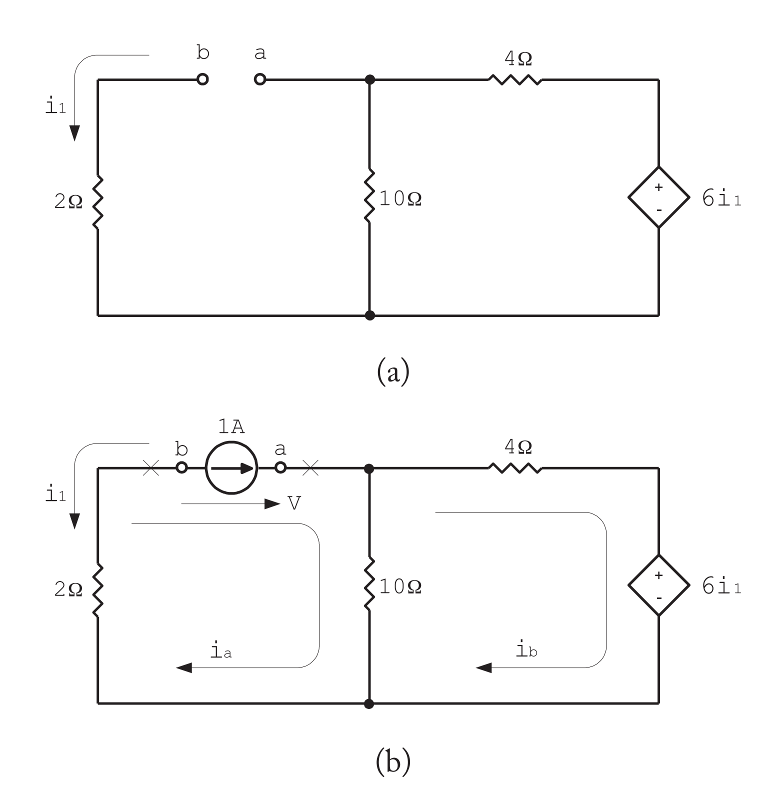


Figura 1.35 (a) y (b)

En la figura 1.35 (b), se aplica análisis de mallas; la fuente de 1 A se abre. A continuación, se plantean las ecuaciones:

$$i_a = 1A$$

$$10(i_b - i_a) + 4i_b + 6i_1 = 0$$

$$i_1 = -i_a$$

$$10i_b - 10i_a + 4i_b + 6(-i_a) = 0$$

$$10i_b - 10i_a + 4i_b - 6i_a = 0$$

$$-16i_a + 14i_b = 0$$

$$14i_b = 16i_a$$

$$i_b = \frac{16}{14} i_a = \frac{16}{14}(1) = 1.143$$

$$i_b = 1.143 \text{ A}$$

En el lazo izquierdo se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK):

$$2i_a - v + 10(i_a - i_b) = 0$$

$$2i_a - v + 10i_a - 10i_b = 0$$

$$v = 12i_a - 10i_b$$

$$v = 12(1) - 10(1.143) = 12 - 11.43 = 0.57 \text{ V}$$

$$R_{TH} = \frac{v}{1} = 0.57\ \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin unido con el inductor, se representa en la figura 1.36.

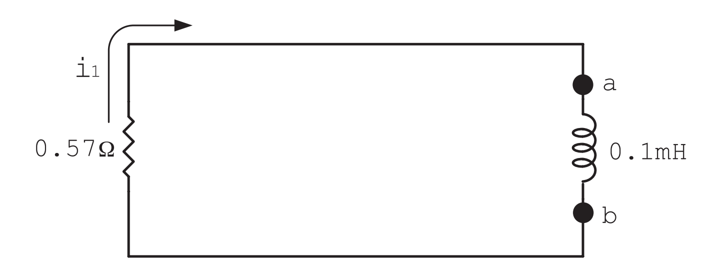


Figura 1.36

En la figura 1.36:

$$i_1(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.1}{0.57} = 0.17544\,\text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 5.7$$

$i_1(0^-) = i_1(0) = i_1(0^+) = I_0 = 5A$, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente, es continuo en (0^-), (0), (0^+).

$$i_1(t) = 5e^{-5.7t}\,A$$

Problema 11: "Calcúlese i_L e i_1 en el circuito de la figura 1.37 en t = -10, 0^-, 0^+, 10 y 20 mseg" (Hayt Jr y Kemmerly, 1988, p.171).

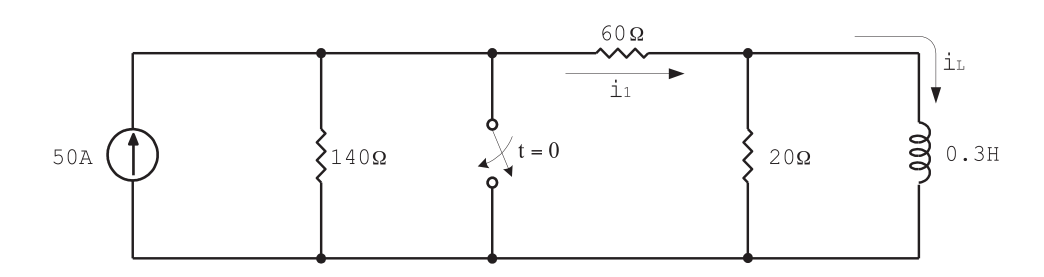


Figura 1.37

Solución:

En la figura 1.37 para t < 0, el interruptor está abierto y el inductor se comporta como un cortocircuito debido a la fuente de corriente continua de 50 A. El circuito queda reducido al de la figura 1.38 (a). la resistencia de 20 Ω se abre por el cortocircuito que se encuentra en paralelo y el nuevo circuito se muestra en la figura 1.38 (b).

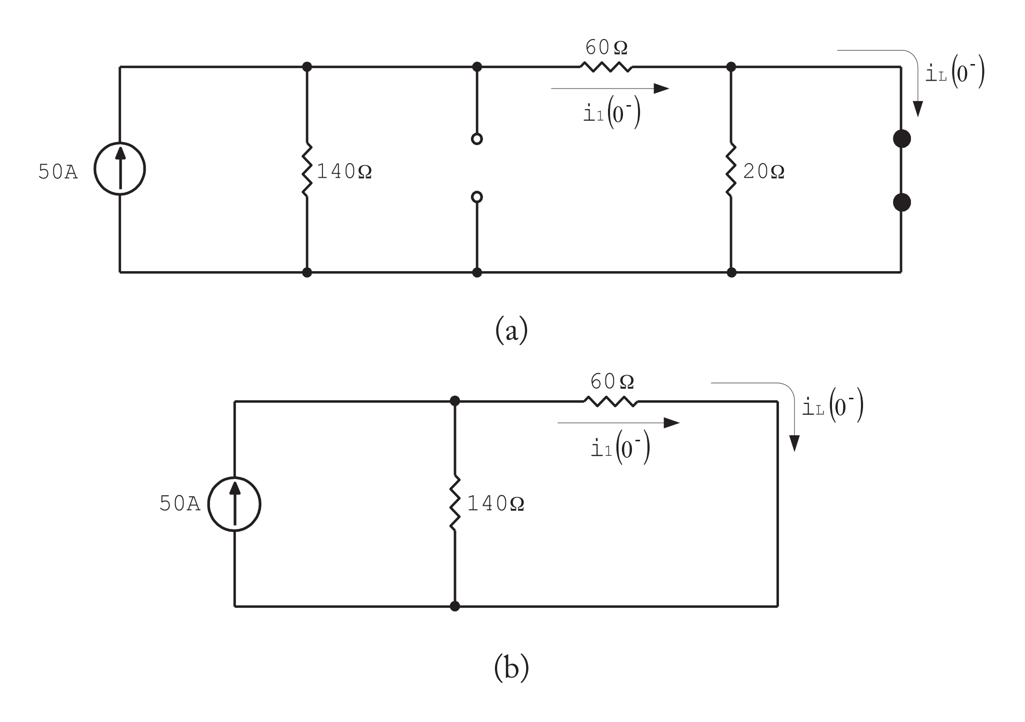


Figura 1.38 (a) y (b)

En la figura 1.38 (b), se aplica divisor de corriente:

$$i_L(0^-) = (50)\frac{140}{140+60} = \frac{7000}{200} = 35A$$

$$i_1(0^-) = i_L(0^-) = 35A$$

En el circuito de la figura 1.37 para t > 0, el interruptor se cierra y queda el circuito de la figura 1.39 (a). La fuente de 50 A circula por el cortocircuito y no afecta para los cálculos de la corriente i_1 e i_L, como resultado se obtiene la figura 1.39 (b). Las resistencias de 20 Ω y 60 Ω están conectadas en paralelo, cuyo equivalente es de 15 Ω, el cual se muestra en la figura 1.39 (c); este es un circuito RL sin fuente con su ecuación de corriente i_L (t):

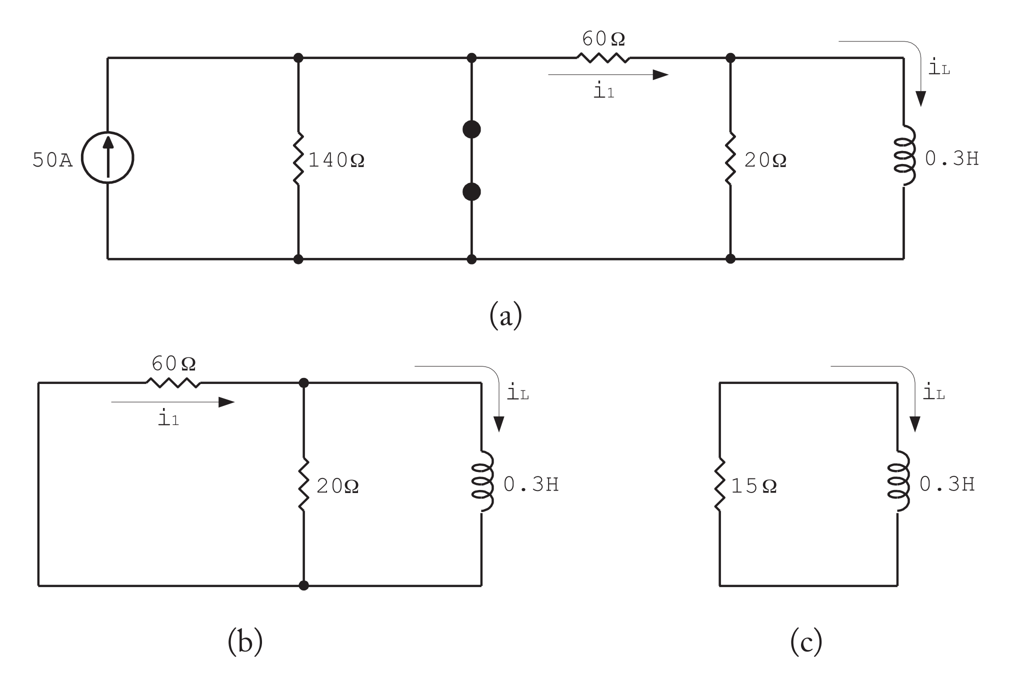


Figura 1.39 (a), (b) y (c)

$$R_{eq} = \frac{(60)(20)}{20+60} = \frac{1200}{80} = 15\Omega$$

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 35A$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.3}{15} = 0.02seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 50$$

$$i_L(t) = 35e^{-50t} A$$

En la figura 1.39 (b), se aplica divisor de corriente:

$$-i_1(t) = (-i_L)\frac{20}{20+60}$$

$$i_1(t) = \left(35\,e^{-50t}\right)\left(\frac{20}{80}\right) = 8.75e^{-50t}$$

$$i_1(t) = 8.75e^{-50t}$$

$$i_L(-10) = 35A$$

$$i_L(0^-) = 35A$$

$$i_L(0^+) = 35A$$

$$i_L(10mseg) = 35e^{-50(10\,x10^{-3})} = 21.23\ A$$

$$i_L(20mseg) = 35e^{-5(20\,x10^{-3})} = 12.88A$$

$$i_1(-10) = 35A$$

$$i_1(0^-) = 35A$$

$$i_1(0^+) = 8.75e^{-50(0)} = 8.75A$$

$$i_1(10mseg) = 8.75e^{-50(10\,x10^{-3})} = 5.31A$$

$$i_1(20mseg) = 8.75e^{-50(20\,x10^{-3})} = 3.22A$$

Problema 12: obsérvese el circuito mostrado en la figura 1.40 y calcúlese los valores en t = 1 seg para: a) v_c; b) v_R; c) v_{sw} (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 172).

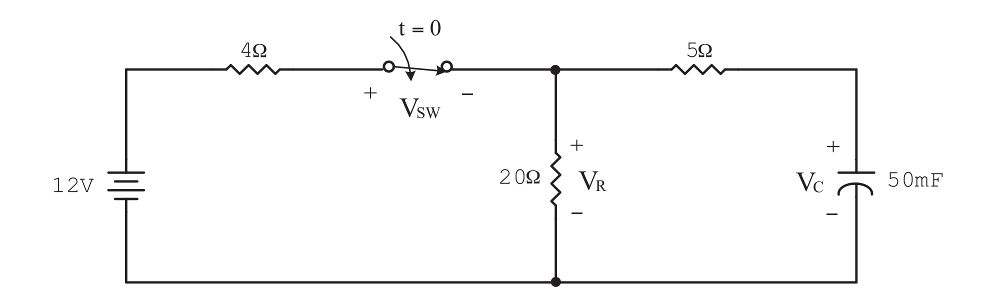


Figura 1.40

Solución:

En la figura 1.40 para t < 0, el interruptor está cerrado y el capacitor se comporta como un circuito abierto debido a la fuente de corriente con-

tinua de 12 V. El circuito queda como el de la figura 1.41, cuyas ecuaciones son:

$$v_{sw}(0^-) = 0$$

Aplicando divisor de voltaje en la resistencia de 20 Ω:

$$v_R(0^-) = 12\frac{20}{20+4} = \frac{240}{24} = 10V$$

$$v_c(0^-) = v_R(0^-) = 10V$$

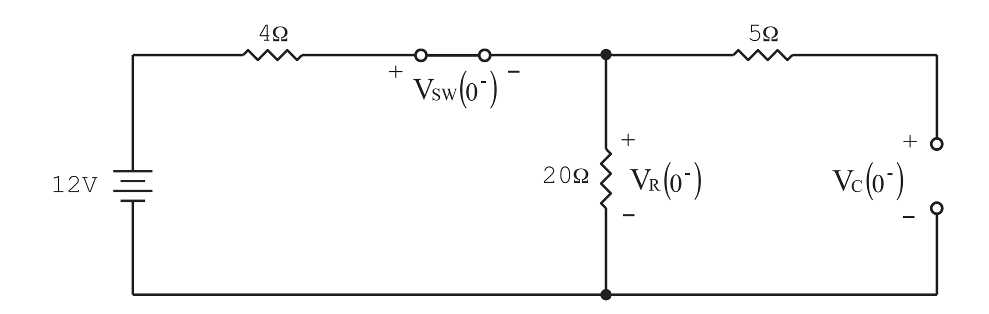
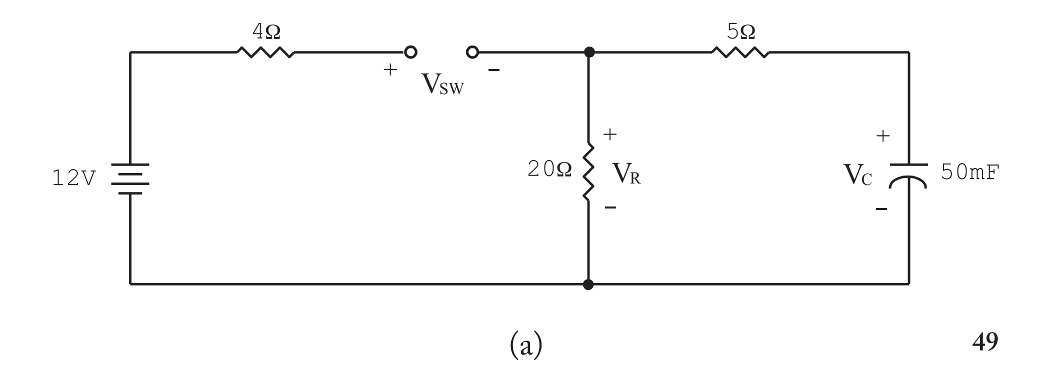


Figura 1.41

En la figura 1.40 para t > 0, el interruptor se abre y el circuito resultante queda reducido al de la figura 1.42 (a). El circuito de la derecha se muestra su equivalente en las figuras 1.42 (b) y (c).



(a)

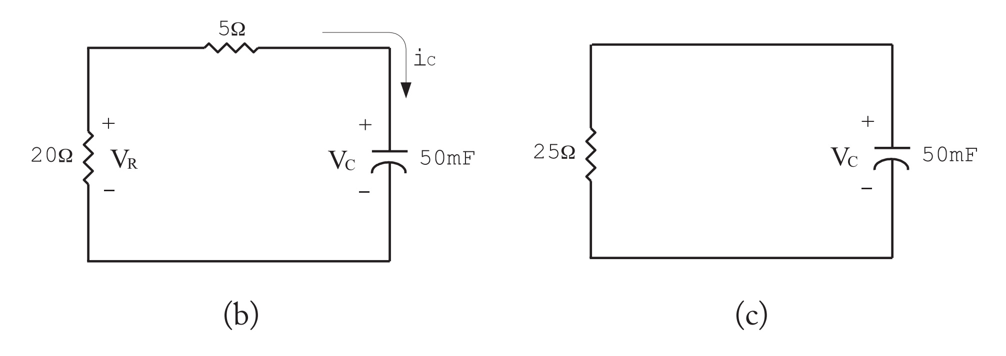


Figura 1.42 (a), (b) y (c)

La figura 1.42 (c) es un circuito RC sin fuente cuya ecuación se representa a continuación:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = v_c = 10V$, debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje.

La constante de tiempo capacitivo es:

$$\tau = RC = (25)(50 \times 10^{-3}) = 1.25seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 0.8$$

a) $v_c(t) = 10e^{-0.8t}V$

$$v_c(1) = 10e^{-0.8(1)} = 4.49V$$

b) En la figura 1.42 (b), se aplica la Ley de Ohm:

$$v_R(t) = 20(-i_c)$$

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} = (50 \times 10^{-3})\frac{d}{dt}(10e^{-0.8t}) = (50 \times 10^{-3})(-0.8)10e^{-0.8t}$$

$$i_c = -0.4e^{-0.8t} A$$

$$v_R(t) = (20)\left[-(-0.4e^{-0.8t})\right] = 8e^{-0.8t}$$

$$v_R(t) = 8e^{-0.8t} \ V$$

$$v_R(1) = 8e^{-0.8(1)} = 3.59V$$

c) En la figura 1.42 (a), en el lazo izquierdo, se aplica la LVK:

$$-12 + v_{sw} + v_R = 0$$

$$v_{sw} = 12 - v_R = 12 - 8e^{-0.8t}$$

$$v_{sw}(t) = 12 - 8e^{-0.8t} \ V$$

$$v_{sw}(1) = 12 - 8e^{-0.8(1)} = 12 - 3.59 = 8.41V$$

$$v_{sw}(1) = 8.41V$$

Problema 13: "En t = 0, el interruptor de la izquierda del circuito mostrado en la figura 1.43 se baja y simultáneamente se abre el interruptor de la derecha. Calcúlese la carga total que sale de la terminal inferior del capacitor durante el intervalo 0.3 < t < 1 seg" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 172).

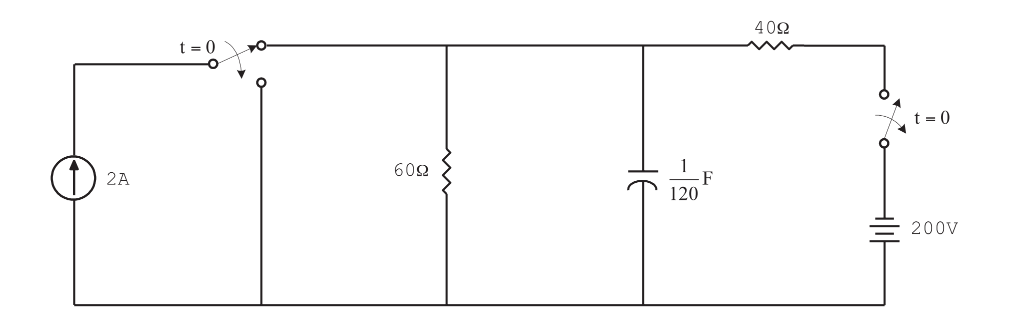


Figura 1.43

Para t < 0, en la figura 1.43, los dos interruptores están cerrados, el capacitor se comporta como un circuito abierto debido a la fuente independiente de corriente y de voltaje tal como se muestra en la figura 1.44 (a). La fuente real de corriente (2 A y 60 Ω) se transforma en una fuente real de voltaje (120 V y 60 Ω). El circuito final se muestra en la figura 1.44 (b) y se aplica la LVK en el lazo externo.

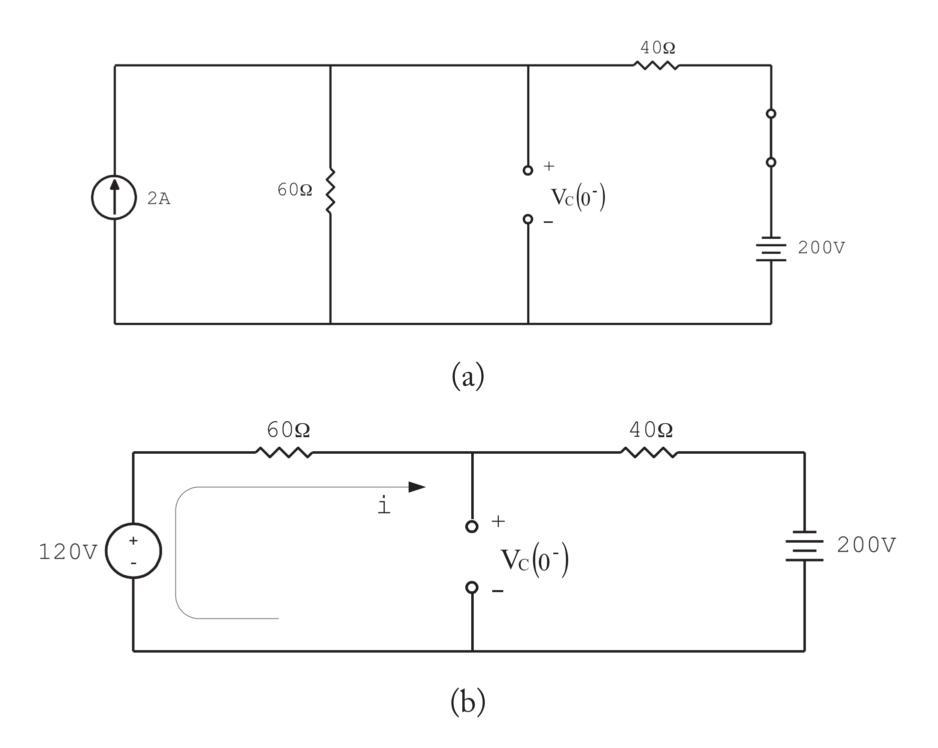


Figura 1.44 (a) y (b)

$$-120 + 60i + 40i - 200 = 0$$

$$-320 + 100i = 0$$

$$100i = 320$$

$$i = \frac{320}{100} = 3.2A$$

En el lazo izquierdo se aplica la LVK:

$$-120 + 60i + v_c(0^-) = 0$$

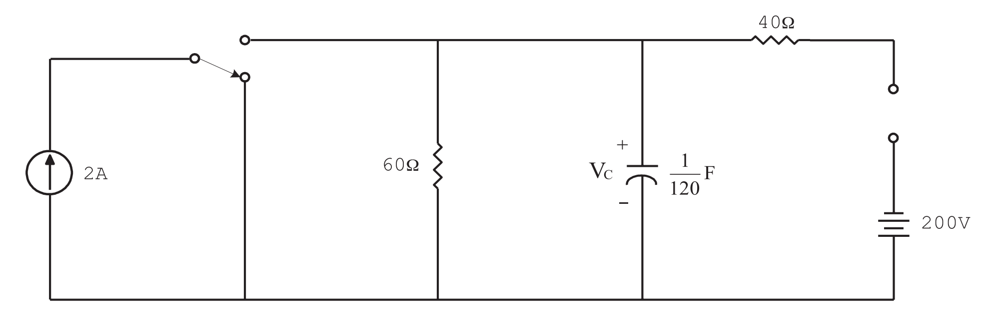
$$-120 + 60(3.2) + v_c(0^-) = 0$$

$$-120 + 192 + v_c(0^-) = 0$$

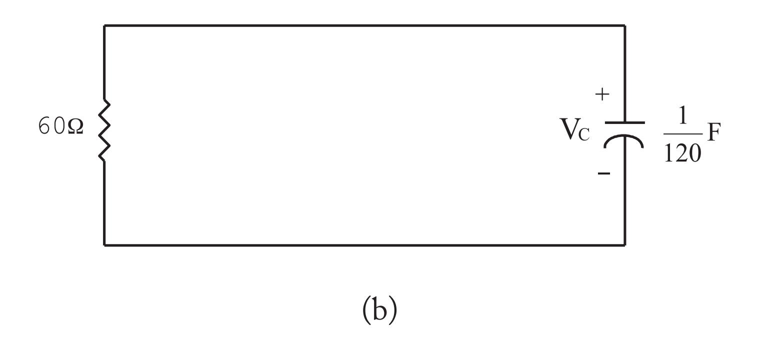
$$72 + v_c(0^-) = 0$$

$$v_c(0^-) = -72V$$

Para t > 0, en la figura 1.43, el interruptor de la izquierda conmuta con el borne inferior y el interruptor de la derecha se abre, como se muestra en la figura 1.45 (a). Tanto la fuente de 2 A como la de 200 V no intervienen en el circuito para calcular el voltaje Vc. El circuito final se muestra en la figura 1.45 (b).



(a)



(b)

Figura 1.45 (a) y (b)

La figura 1.45 (b) es un circuito RC sin fuente; entonces:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = -72V$$

$$\tau = RC = (60)\left(\frac{1}{120}\right) = 0.5\text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 2$$

$$v_c(t) = -72e^{-2t}\ V$$

$$v_c(t = 0.3\text{seg}) = -72e^{-2(0.3)} = -39.514V$$

$$v_c(t = 1\text{seg}) = -72e^{-2(1)} = -9.744V$$

La capacitancia C del capacitor es igual a:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Despejando la carga Q y reemplazando el voltaje durante el intervalo 0.3 < t < 1 seg, se tiene:

$$Q = C\Delta V$$

$$Q = \left(\frac{1}{120}\right)\left[-9.744 - (-39.514)\right] = 0.2481\,\text{Coul}$$

$$Q = 0.248\ \text{Coul}$$

Problema 14: "En t = 0, el interruptor de la izquierda en la figura 1.46 se cierra, mientras que el de la derecha pasa de A a B. En t = -2 μs y t = 2 μs. Calcúlese: a) i; b) La rapidez con la cual la energía está saliendo del capacitor" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 173).

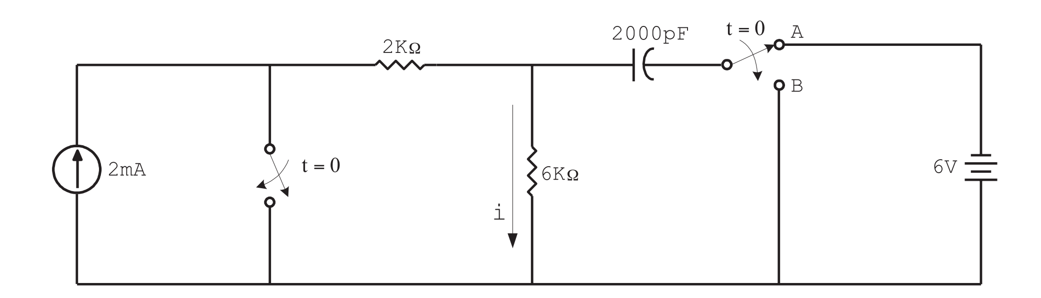


Figura 1.46

Solución:

En la figura 1.46 para t < 0, el interruptor de la izquierda está abierto y el interruptor de la derecha está en el nodo A; el capacitor se abre debido a las fuentes de corriente continua. El circuito queda como el de la figura 1.47, cuyas ecuaciones son las siguientes:

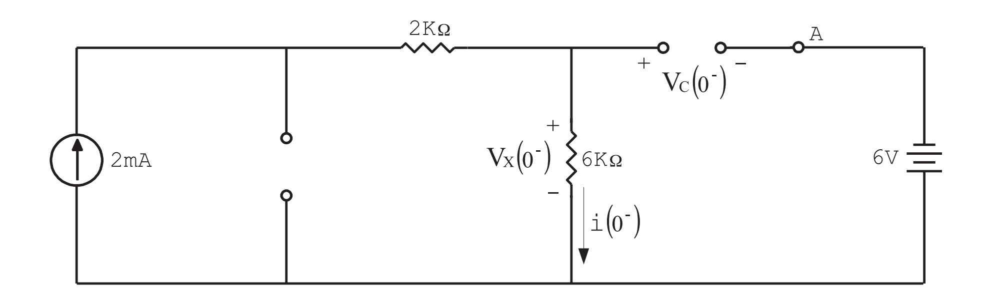


Figura 1.47

$$i(0^-) = 2mA$$

Para calcular v_x (0^-) se aplica la Ley de Ohm:

$$v_x(0^-) = (6x10^3)(2x10^{-3}) = 12\ V$$

En el lazo de la derecha, se aplica la LVK:

$$-v_x(0^-) + v_c(0^-) - 6 = 0$$

$$-12 + v_c(0^-) - 6 = 0$$

$$-18 + v_c(0^-) = 0$$

$$v_c(0^-) = 18V$$

En la figura 1.46 para t > 0, el interruptor de la izquierda se cierra y el interruptor de la derecha pasa al nodo B. El circuito se muestra en la figura 1.48 (a). Nuevamente, las fuentes de corriente continua de 2 A y de 200 V no intervienen en el circuito para calcular el voltaje Vc cuyo circuito se muestra en la figura 1.48 (b). Las resistencias de 2 KΩ y 6 KΩ están conectadas en paralelo cuyo equivalente es de 1.5 KΩ, el cual se muestra en

la figura 1.48 (c). Este es un circuito RC sin fuente.

$$R_{eq} = \frac{(2000)(6000)}{2000 + 6000} = 1.5 \times 10^3\ \Omega$$

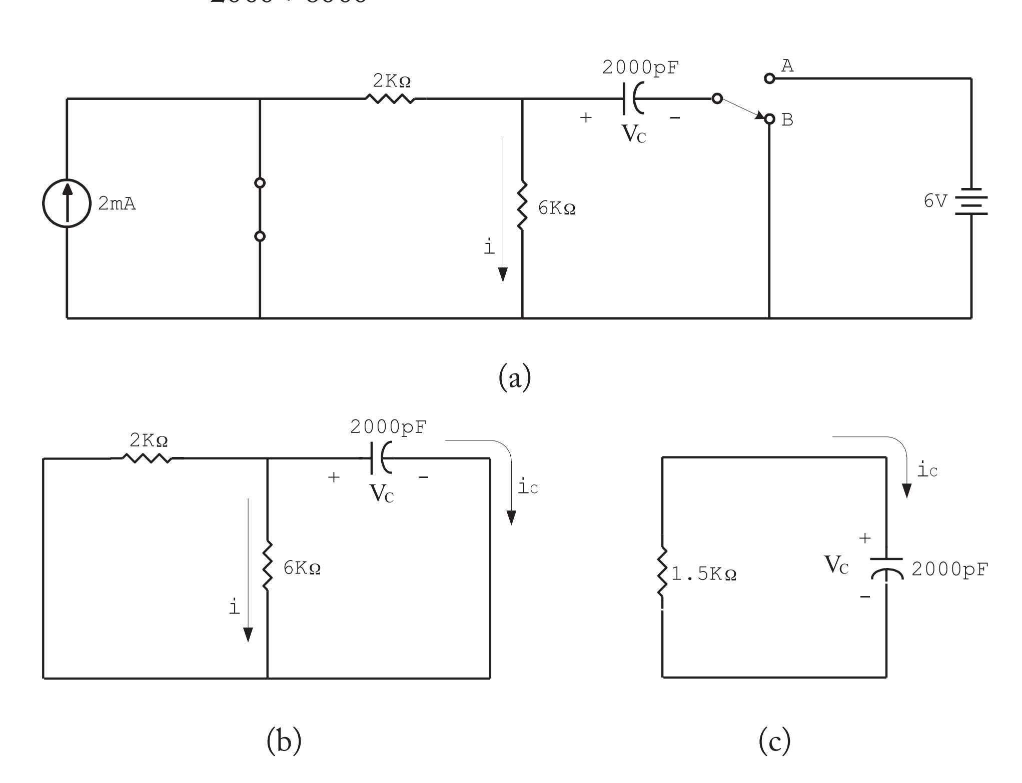


Figura 1.48 (a), (b) y (c)

En la figura 1.48 (c):

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = 18V$$

$$\tau = RC = (1500)(2000 \times 10^{-12}) = 3 \times 10^{-6} \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 333333.33$$

$$v_c(t) = 18e^{-333333.33t} \text{ V}$$

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

$$i_c(t) = (2000 \times 10^{-12})\frac{d}{dt}(18e^{-333333.33t})$$

$$i_c(t) = (2000 \times 10^{-12})(18)(-333333.33)\, e^{-333333.33t} \text{ A}$$

$$i_c(t) = -0.0119999e^{-333333.33t} \text{ A}$$

$$i_c(t) = -0.012e^{-333333.33t} \text{ A}$$

En la figura 1.48 (b), se aplica divisor de corriente:

$$i(t) = -i_c \frac{2 \times 10^3}{2 \times 10^3 + 6 \times 10^3} = -i_C\, 0.25$$

$$i(t) = -(-0.012e^{-333333.33t})(0.25) = 3 \times 10^{-3} e^{-333333.33t}$$

$$i(t) = 3 \times 10^{-3} e^{-333333.33t} \text{ A}$$

a) $i(-2\mu\text{seg}) = 2\text{mA}$

$$i(2\mu\text{seg}) = 3 \times 10^{-3} e^{-333333.33(2 \times 10^{-6})} = 1.540 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$i(2\mu seg) = 1.540 \times 10^{-3} A \quad = 1.54\ mA$$

b) La energía en el capacitor es:

$$W_c = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

$$v_c(2 \times 10^{-6}) = 18e^{-333333.33\ (2 \times 10^{-6})}\ V$$

$$v_c(2 \times 10^{-6}) = 9.242\ V$$

$$v_c(-2 \times 10^{-6}) = 18\ V$$

$$W_c = \frac{1}{2} 2000 \times 10^{-12} (9.242 - 18)^2 = 7.67 \times 10^{-8}\ Joul$$

$$W_c = 0.0767\ \mu Joul$$

Problema 15: "En la figura 1.49, selecciónense valores para R_1 y R_2, tales que v_c = 10V en t = 0.5 mseg, y v_c = 1V en t = 2 mseg" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 173).

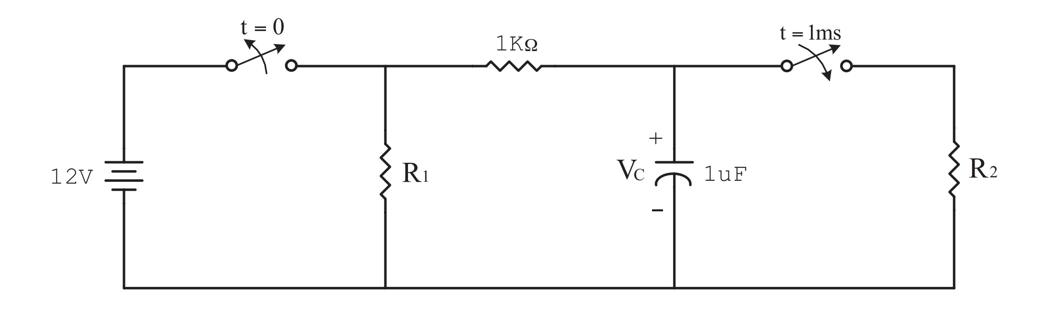


Figura 1.49

Solución:

Para t < 0, en la figura 1.49, el interruptor de la izquierda está cerrado y el interruptor de la derecha está abierto; el circuito se representa en la figura 1.50. Debido a que existe una fuente independiente de voltaje y en condiciones de estado estable, el capacitor se abre.

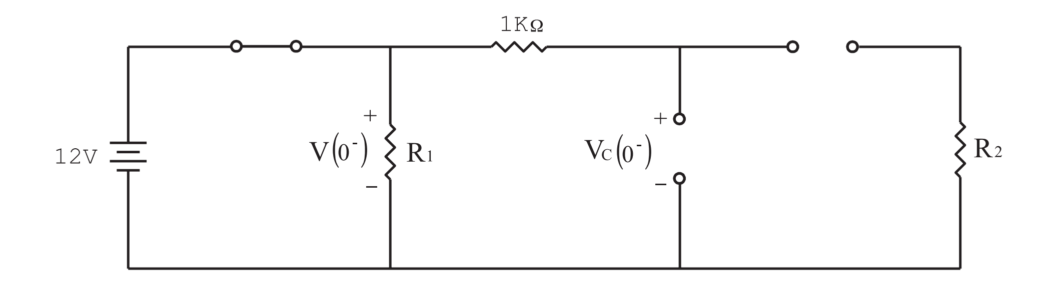


Figura 1.50

En la figura 1.50:

$$v(0^-) = 12V$$

$$v_c(0^-) = 12V$$

<u>Para 0 < t < 1</u> mseg, en la figura 1.49, el interruptor de la izquierda se abre y el interruptor de la derecha sigue abierto; el circuito se representa en la figura 1.51 (a). Las resistencias de 1 KΩ y R_1 están conectadas en serie, su resistencia equivalente es Req = (1000 + R_1) Ω cuyo circuito se encuentra en la figura 1.51 (b). Es un modelo RC sin fuente con su valor de voltaje igual a:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = 12V$$

$$\tau = RC = (1000 + R_1)(1 x 10^{-6})$$

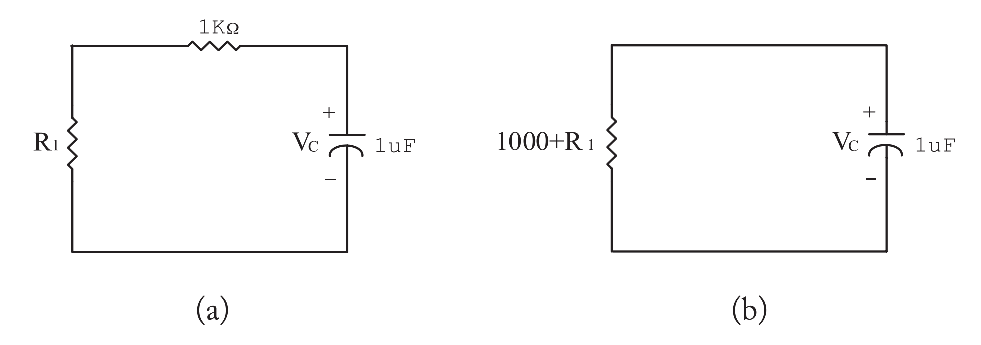


Figura 1.51 (a) y (b)

$$v_c(t) = 12e^{-\frac{t}{(1000 + R_1)(1 x 10^{-6})}}$$

$$v_c(0.5 x 10^{-3}) = 12e^{-\frac{0.5 x 10^{-3}}{(1000 + R_1)(1 x 10^{-6})}} = 10$$

$$e^{\frac{500}{(1000 + R_1)}} = \frac{10}{12} = 0.8333$$

Para despejar la resistencia R_1, se aplica el logaritmo natural en los dos lados de la ecuación:

$$Ln(e^{-\frac{500}{1000 + R_1}}) = Ln 0.8333$$

$$-\frac{500}{1000 + R_1} = Ln\, 0.8333$$

$$-\frac{500}{Ln\, 0.8333} = 1000 + R_1$$

$$R_1 = -\frac{500}{\text{Ln}\,0.8333} - 1000 = 2741.80 - 1000$$

$$R_1 = 1742\,\Omega$$

Para t > 1 mseg, en la figura 1.49, el interruptor de la izquierda se abre y el interruptor de la derecha se cierra; el circuito se representa en la figura 1.52 (a). Las resistencias de 1742 Ω y 1000 Ω están conectadas en serie y esta, a su vez, está conectada en paralelo (Req), tal como se muestra en la figura 1.52 (b).

$$R_{eq} = \frac{(2742)(R_2)}{2742 + R_2}$$

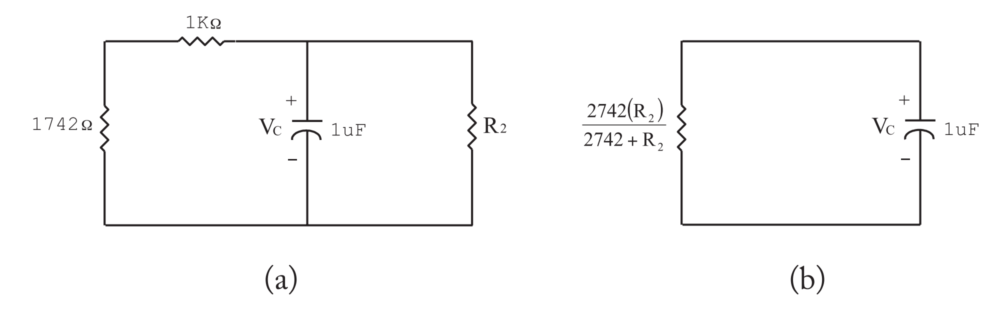


Figura 1.52 (a) y (b)

$$\tau_1 = RC$$

$$\tau_1 = (1000 + R_1)(1 \text{ x } 10^{-6})$$

$$\tau_1 = (1000 + 1742)(1 \text{ x } 10^{-6})$$

$$\tau_1 = 2.742 \text{ x } 10^{-3} \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau_1} = 364.70$$

$$v_c(t) = 12e^{-364.7t} \quad V$$

Reemplazando el tiempo t = 1mseg:

$$v_c(1) = 12e^{-364.7(1 x 10^{-3})}$$

$$V_c(1ms) = 8.333 \text{ V}$$

$v_c(1^-) = v_c(1^+) = V_0 = 8.333$, debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje,

$$\tau_2 = RC = \frac{(2742)(R_2)}{2742 + R_2}(1 x 10^{-6})$$

$$v_c(t) = V_0 \, e^{-\frac{t - (1 x 10^{-3})}{\tau_2}}$$

$$v_c(t) = 8.333e^{-\frac{t - (1 x 10^{-3})}{\tau_2}}$$

Evaluar, $v_c = 1V$ en t = 2 mseg

$$v_c(t = 2ms) = 8.333e^{-\frac{2 x 10^{-3} - (1 x 10^{-3})}{\tau_2}} = 1$$

$$e^{-\frac{(2 x 10^{-3}) - (1 x 10^{-3})}{\tau_2}} = \frac{1}{8.333}$$

$$Ln\left[e^{-\frac{(2 x 10^{-3}) - (1 x 10^{-3})}{\tau_2}}\right] = Ln\left[\frac{1}{8.333}\right]$$

$$-\frac{(2\text{x}10^{-3})-(1\text{x}10^{-3})}{\tau_2}=-2.120224$$

$$\tau_2=\frac{2\text{x}10^{-3}-1\text{x}10^{-3}}{2.120224}=4.7165\text{x}10^{-4}$$

$$\frac{2742(R_2)(1\text{x}10^{-6})}{2742+R_2}=4.7165\text{ x}10^{-4}$$

Entonces:

$$RC=\tau_2$$

$$2742(R_2)=\frac{4.7165\text{x}10^{-4}}{1\text{x}10^{-6}}(2742+R_2)$$

$$2742(R_2)=471.65(2742+R_2)$$

$$2742(R_2)=1293264.3+471.65(R_2)$$

$$2742(R_2)-471.65(R_2)=1293264.3$$

$$R_2(2742-471.65)=1293264.3$$

$$R_2=\frac{1293264.3}{2270.35}=569.63\,\Omega$$

Problema 16: "Considerando el circuito de la figura 1.53, calcular el voltaje υ y la corriente i" (Hayt J. y Kemmerly, 1988, p. 167).

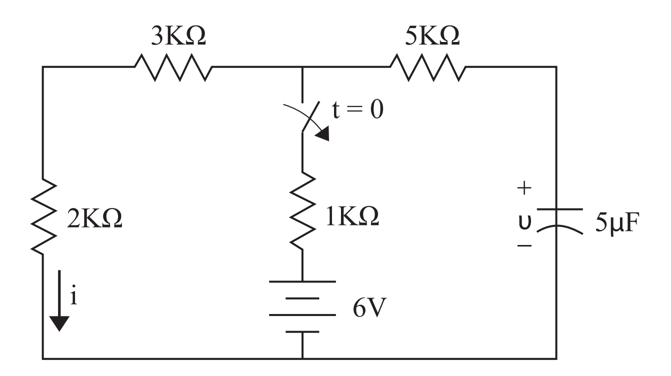


Figura 1.53 Calcular la corriente i y el voltaje υ

Solución:

Para t < 0, el interruptor de la figura 1.53 está cerrado y el circuito equivalente se representa en la figura 1.54. El capacitor se comporta como un circuito abierto debido a la fuente de 6 V de corriente continua y en estado estable. A continuación se plantean las ecuaciones:

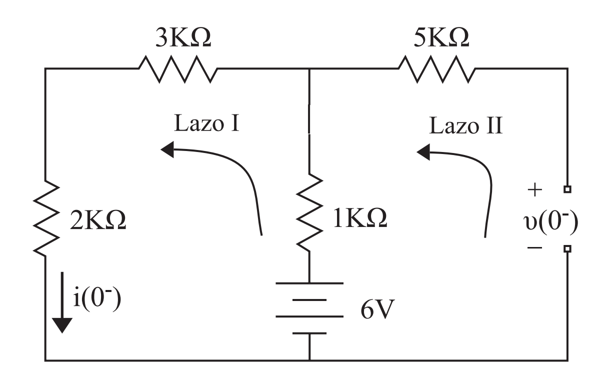


Figura 1.54. Condiciones iniciales para t < 0, i(0-) y υ(0-)

LAZO I

Se aplica la LVK; la corriente $i(0^-)$ es la que polariza de más (+) a menos (-) en cada elemento pasivo:

$$6 + 1000\, i(0^-) + 3000\, i(0^-) + 2000\, i(0^-) = 0$$

$$-6 + 6000\, i(0^-) = 0$$

$$i(0^-) = \frac{6}{6000} = 1 \times 10^{-3}\ A$$

LAZO II

Se aplica la LVK:

$$-\upsilon(0^-) - 1000\, i(0^-) + 6 = 0$$

$$-\upsilon(0^-) - 1000\,(1 \times 10^{-3}) + 6 = 0$$

$$-\upsilon(0^-) - 1 + 6 = 0$$

$$\upsilon(0^-) = 5\ V$$

Para t > 0, el interruptor de la figura 1.53 se abre y el circuito se representa en la figura 1.55. La fuente de 6 V en serie con la resistencia de 1 KΩ, no afectan en nada para la respuesta de la corriente i y el voltaje en el capacitor υ, entonces el circuito queda como el que se muestra en la figura 1.56.

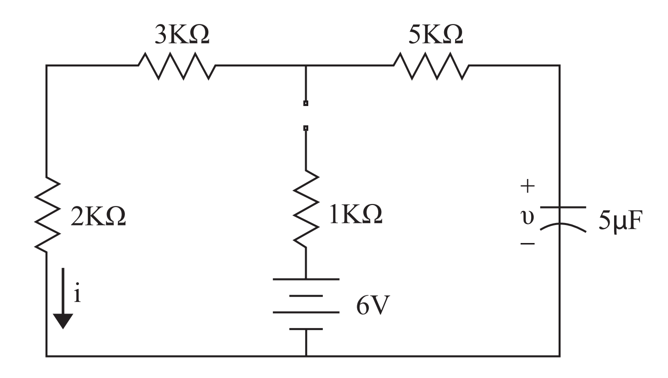


Figura 1.55. Circuito para t > 0

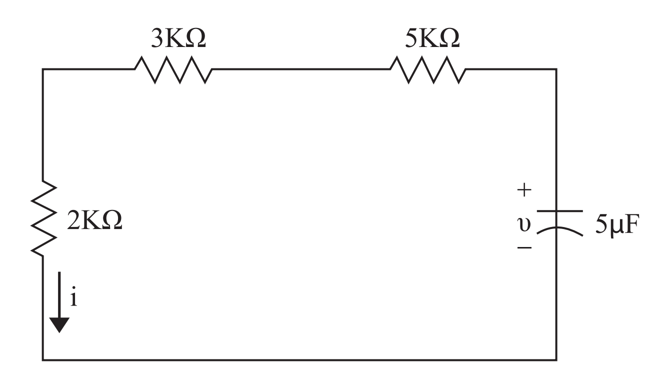


Figura 1.56. Circuito para t > 0, sin 6 V y 1 KΩ

Reduciendo las resistencias en serie, el circuito final equivalente se muestra en la figura 1.57. Este es un circuito RC sin fuente, donde el voltaje en el capacitor es:

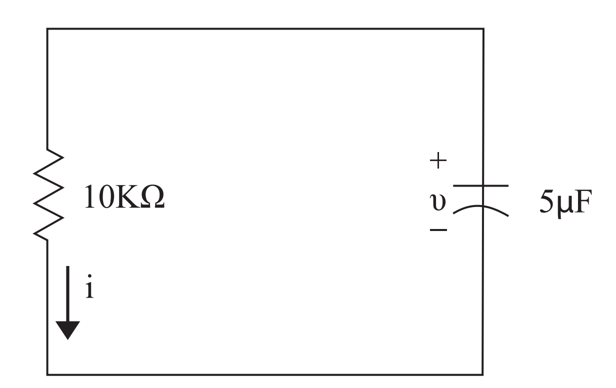


Figura 1.57. Circuito equivalente para t > 0

$$\upsilon(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Siendo:

$$\tau = RC = (10 \times 10^{3})(5 \times 10^{-6}) = 0.05 \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 20$$

$\upsilon(0-) = \upsilon(0) = \upsilon(0+) = V_0 = 5V$, debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje, es decir, es continuo en los alrededores del tiempo ($t = 0$) en el que se produce la interrupción.

Reemplazando:

$$\upsilon(t) = 5\ e^{-20t}\ V \qquad (1\text{-}8)$$

La corriente en el capacitor es:

$$-i = C\frac{dv}{dt}$$

El signo negativo es porque la corriente en el capacitor circula de menos (-) a más (+).

$$i = -(5 \times 10^{-6})\ \frac{d}{dt}(5e^{-20t})$$

$$i(t) = -(5 \times 10^{-6})\,(5)\,(-20)\ e^{-20t} = 5 \times 10^{-4} e^{-20t} = 0.5 \times 10^{-3} e^{-20t}\ A$$

$$i(t) = 0.5\ e^{-20t}\ mA \qquad (1\text{-}9)$$

Finalmente, las gráficas del voltaje y la corriente de las ecuaciones (1-8) y (1-9) y sus valores iniciales, se representan en la figura 1.58.

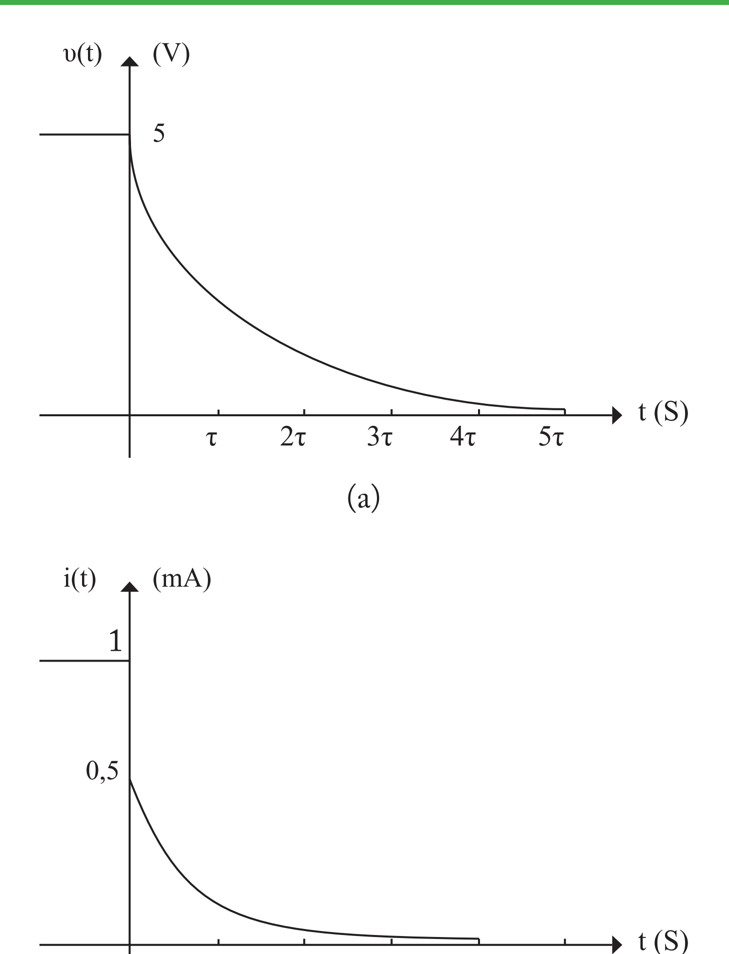


Figura 1.58 (a) Gráfica para todo t de υ(t) vs t, ecuación (1-8)
(b) Gráfica para todo t de i(t) vs t, ecuación (1-9)

Problema 17: "En la figura 1.59, calcúlese la corriente del inductor en función del tiempo y dibújese la gráfica de υ_1, υ_2, υ_3 contra t, para el rango de $-1 < t < 1$ seg" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 170).

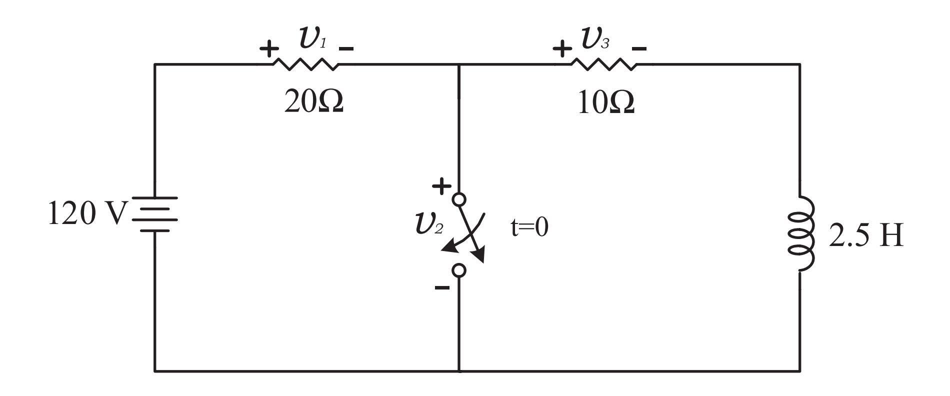


Figura 1.59

Solución:

Para t < 0, en la figura 1.59, el interruptor está abierto y el circuito equivalente se representa en la figura 1.60. El capacitor se comporta como un circuito abierto debido a la fuente de 120 V de corriente continua y en estado estable. A continuación, se plantean las ecuaciones:

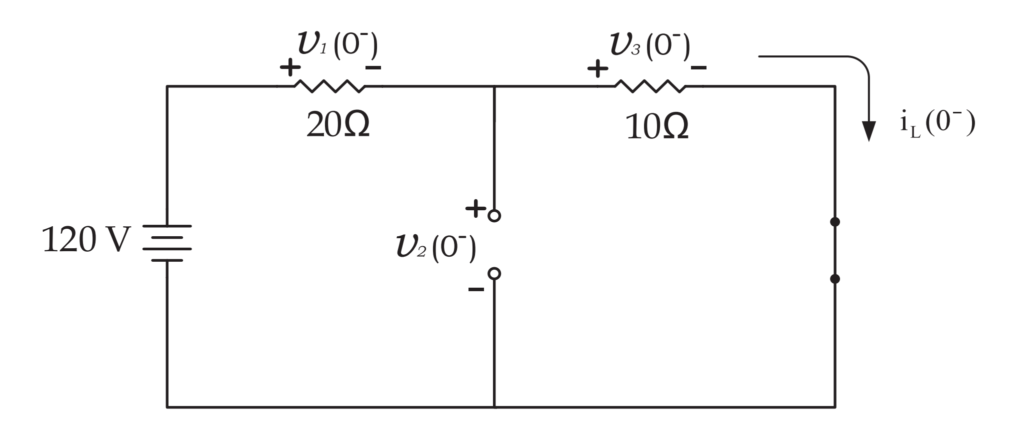


Figura 1.60

LAZO externo (integrado por la fuente de 12 V y las resistencias de 20 Ω y 10 Ω). Se aplica la LVK, la corriente $i_L(0^-)$ es la que polariza de más

(+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos.

$$-120+20i_L(0^-)+10i_L(0^-)=0$$

$$-120+30i_L(0^-)=0$$

$$30i_L(0^-)=120$$

$$i_L(0^-)=\frac{120}{30}$$

$$i_L(0^-)=4A$$

Aplicando la Ley de Ohm en las resistencias de 20 Ω y 10 Ω:

$$v_1(0^-)=20i_L(0^-)$$

$$v_1(0^-)=20(4)$$

$$v_1(0^-)=80V$$

$$v_3(0^-)=10i_L(0^-)$$

$$v_3(0^-)=10(4)$$

$$v_3(0^-)=40V$$

$v_2(0^-)=v_3(0^-)=40$ Volt , debido a que están en paralelo.

Para t > 0, el interruptor de la figura 1.59 está cerrado y el circuito se representa en la figura 1.61.

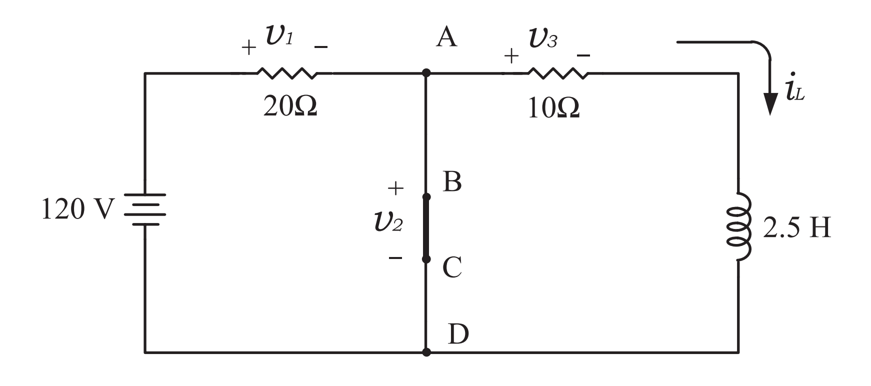
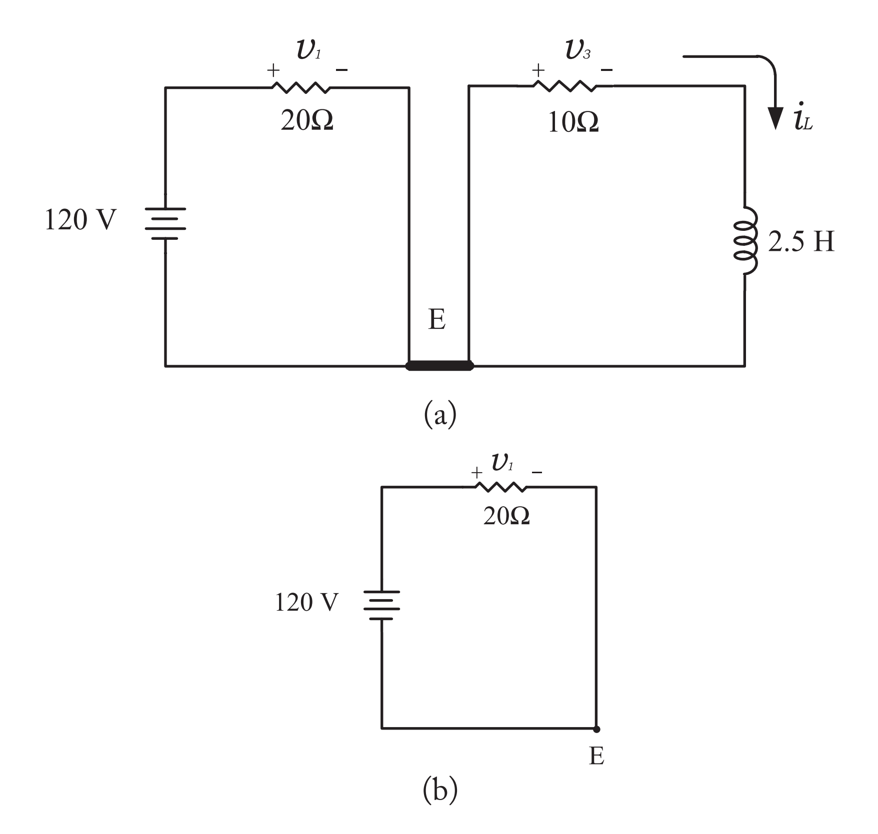
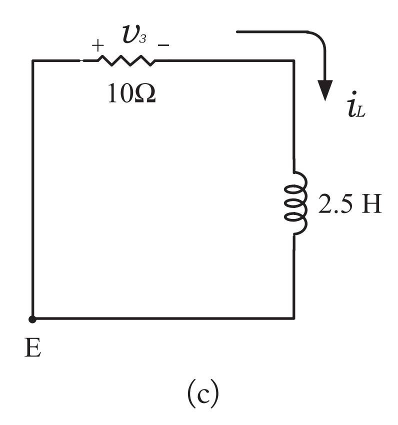


Figura 1.61

En el circuito de la figura 1.61, se tienen dos mallas. En este caso, se puede dividir en dos circuitos debido a que la trayectoria ABCD es un mismo punto (E), tal como se muestra en la figura 1.62 (a).





(c)

Figura 1.62 (a), (b) y (c)

En la figura 1.62 b:

v_1 = 120 V , debido a que están en paralelo.

En la figura 1.61:

v_2= 0 V

Finalmente la figura 1.62 (c), es un circuito RL sin fuente:

$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 4$ A, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente, es decir, es continuo en los alrededores del tiempo (t = 0) en el que se produce la interrupción.

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2.5}{10} = 0.25\text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 4$$

$$i_L(t) = I_0 e^{(-4t)}$$

$$i_L(t) = 4e^{(-4t)}A$$

Se aplica la Ley de Ohm en la resistencia de 10 Ω:

$$v_3 = 10i_L(t)$$

$$v_3 = 10(4e^{(-4t)})$$

$$v_3 = 40e^{(-4t)}V$$

Evaluando para t = 0 y t = 1:

$$v_3(0) = 40V$$

$$v_3(1) = 40e^{(-40(1)}$$

$$v_3(1) = 1.7x10^{-16}V$$

Las gráficas para v_1, v_2, y v_3, en el rango de -1< t < 1 seg se muestran en la figura 1.63.

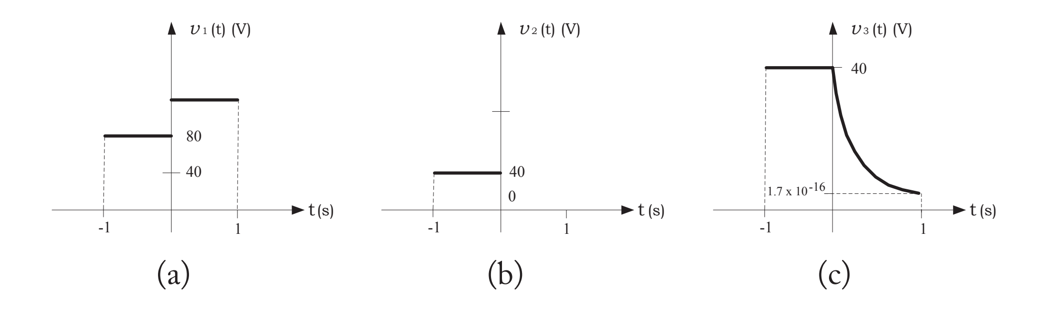


Figura 1.63 (a) Gráfica de v_1 (t), contra t, en -1 < t < 1 seg
(b) Gráfica de v_2 (t), contra t, en -1 < t < 1 seg
(c) Gráfica de v_3 (t), contra t, en -1 < t < 1 seg

Problema 18: "El interruptor en la figura 1.64 se abre en t = 0, después de haber estado cerrado durante un tiempo muy grande. Calcúlese v_x en t = -10, 0^-, 0^+, 10 y 20 ms" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 171).

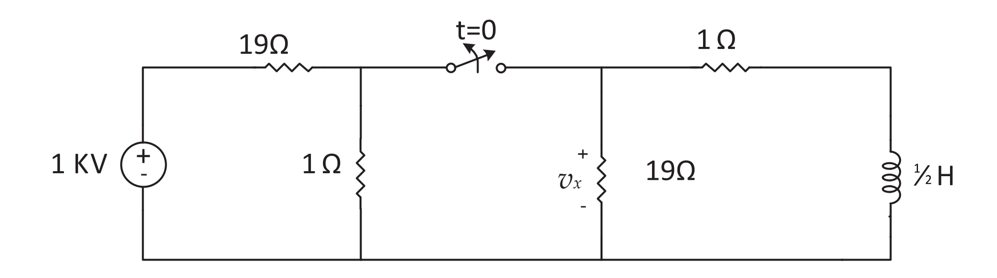
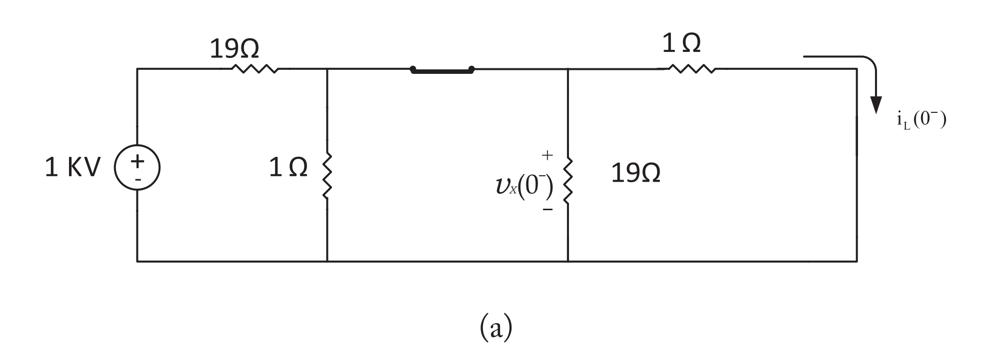


Figura 1.64

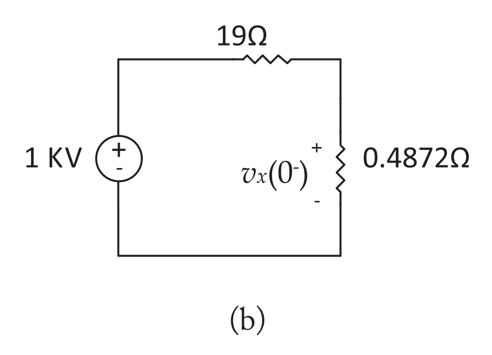
Solución:

Para t < 0, en la figura 1,64, el interruptor está cerrado y el circuito equivalente se representa en la figura 1.65 (a). El inductor se comporta como un cortocircuito debido a la fuente de 1KV de corriente continua y en estado estable.

Las dos resistencias de 1 Ω y la de 19 Ω están conectadas en paralelo cuya resistencia equivalente es Req = 0.4872 Ω; el nuevo circuito equivalente es el que se muestra en la figura 1.65 (b). A continuación se plantean las ecuaciones:



(a)



(b)

Figura 1.65 (a) y (b)

$$\frac{1}{Req}=\frac{1}{1}+\frac{1}{19}+\frac{1}{1}=\frac{19+1+19}{19}$$

$$\frac{1}{Req}=\frac{39}{19}$$

$$Req=\frac{19}{39}=0.4872\Omega$$

Aplicando divisor de voltaje:

$$v_x(0^-)=1000\frac{0.4872}{19+0.4872}$$

$$v_x(0^-)=25.00\text{Volt}$$

En la Figura 1.65 (a):

$$i_L(0^-)=\frac{v_x(0^-)}{1}=\frac{25}{1}=25\text{A}$$

Para t > 0, el interruptor de la figura 1.64 está abierto. La fuente de 1 KV del circuito de la izquierda no afecta al circuito de la derecha que se muestra en la figura 1.66 (a). Las resistencias de 1 V y 19 Ω están conectadas en serie, con su valor equivalente de 20 Ω, el circuito final se representa en la figura 1.66 (b).

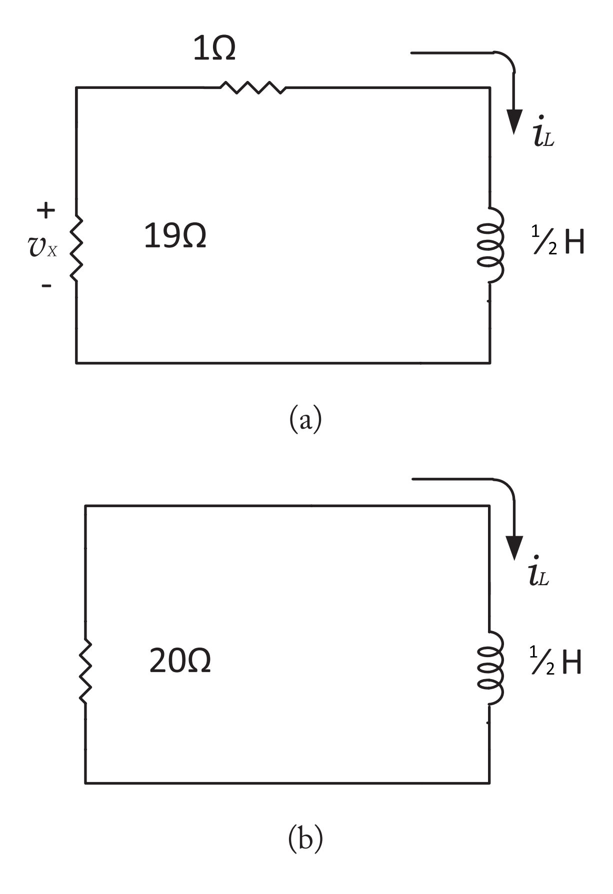


Figura 1.66 (a) y (b)

La figura 1.66 (b), es un circuito RL sin fuente.

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 25A$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.5}{20} = 0.025seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 40$$

$$i_L(t) = 25e^{-40t}$$

En la figura 1.66 (a), en la resistencia de 19 Ω, se aplica la Ley de Ohm:

$$v_x(t) = -19i_L(t)$$

$$v_x(t) = -19(25e^{-40t})$$

$$v_x(t) = -475e^{-40t}$$

La respuesta de voltaje v_x son los siguientes: para t= -10 mA

v_x (-10) = 25 Volt

Para t= 0^-

v_x (0^-) = 25 Volt

Para t = 0^+

v_x (t)= -475 e^{-40t}

v_x (0)= -475 $e^{-40(0)}$

v_x (0) = -475

$v_x(0) = v_x(0^+)$

Para t = 10 ms

$v_x(10ms) = -475\ e^{-40(10 \times 10^{-3})} = -475\ e^{-0.4}$

$v_x(10ms) = -318.4$ Volt

Para t = 20 ms

$v_x(20ms) = -475\ e^{-40(20 \times 10^{-3})}$

$v_x(20ms) = -213.43$ Volt

Problema 19: "Un circuito RL sin fuentes contiene un inductor de 50 H descargándose a través de un resistor de 20 Ω. La amplitud de la corriente del inductor es de 18 A en t = 2 s. ¿En qué instante el valor de la energía almacenada en el inductor es el doble valor que tiene en t = 2 s?" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 170).

Solución:

En un circuito RL sin fuente, la corriente en el inductor viene dada por:

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{50}{20} = 2.5seg$$

$$\frac{1}{\tau} = 0.4$$

Por datos del problema:

$$I_0 = 18A, \text{para } t = 2seg$$

$$i_L(t) = 18e^{-0.4t}$$

$$i_L(2) = 18_e^{-0.4(2)}$$

$$i_L(2) = 18e^{-0.8}$$

$$i_L(2) = 8.09A$$

$$W_L(2) = \frac{1}{2} Li_L^2(2)$$

$$W_L = \frac{1}{2} 50(8.09)^2$$

$$W_L = 1636.2025 \ \ W$$

$$2W_L = 3,272.405 \ \ W$$

$$W_L(t) = \frac{1}{2} Li_L^2(t) = 3,272.405$$

$$\frac{1}{2} 50 i_L^2(t) = 3,272.405$$

$$25 i_L^2(t) = 3272.405$$

$$i_L^2(t) = \frac{3272.405}{25} = 130.8962$$

$$i_L(t) = \sqrt{130.8962} = 11.441 \ \ A$$

Calculo del tiempo t,

$$i_L(t) = 18e^{-0.4t} = 11.441 \text{ A}$$

$$e^{-0.4t} = \frac{11.441}{18} = 0.6356$$

$$\ln(e^{-0.4t}) = \ln(0.6356)$$

$$-0.4\, t = \frac{\ln(0.64)}{\ln e}$$

$$t = -\frac{\ln(0.64)}{0.4 \ln e} = 1.133$$

$$t = 1.134 \text{seg}$$

Problema 20: "En la figura 5.67, $i_L(0)$ = 10 A. Calcúlese $v_x(t)$ para t > 0 y grafíquese el intervalo de longitud igual a tres constantes de tiempo" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 170).

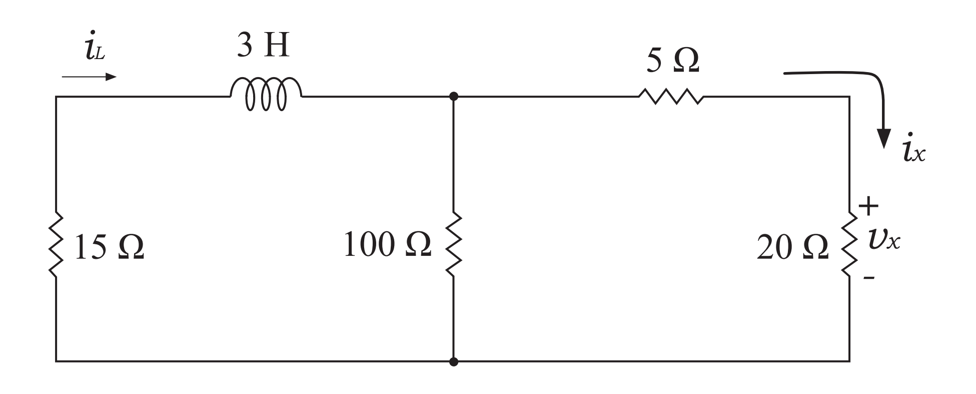


Figura 1.67

Solución:

Para t > 0, en el circuito de la figura 3.67, las resistencias de 5 Ω y 20

Ω están en serie Req_1; esta, a su vez, se encuentra en paralelo con la resistencia de 100 Ω con su resistencia equivalente de Req_2. Finalmente, esta se encuentra en serie con la resistencia de 15 Ω, dando como resultado Req_3. El circuito equivalente final se encuentra en la figura 1.68 y los cálculos se encuentran a continuación:

$$Req_1 = 5 + 20 = 25\ \Omega$$

$$Req_2 = \frac{(25)(100)}{100+25} = 20\Omega$$

$$Req_3 = 20 + 15 = 35\ \Omega$$

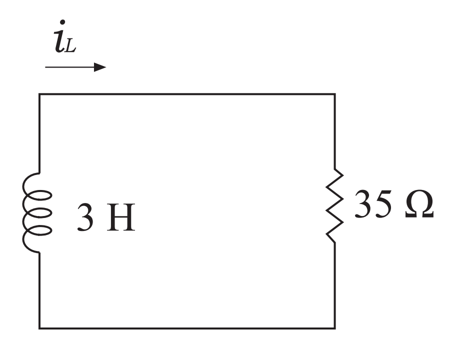


Figura 1.68

La figura 1.68 es un circuito RL sin fuentes. Entonces, la corriente en el inductor es:

$$i_L(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{35} = 0.0857 \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 11.7$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 10A$$

$$i_L(t) = 10_e^{-11.7t}$$

En la figura 1.67, aplicamos divisor de corriente:

$$i_x(t) = i_L(t)\frac{100}{125}$$

$$i_x(t) = 10e^{-11.7t}\frac{100}{125}$$

$$i_x(t) = 8e^{-11.7t}$$

$$v_x(t) = 20i_x(t)$$

$$v_x(t) = 20(8e^{-11.7t})$$

$$v_x(t) = 160\ e^{-11.7t} \qquad (1\text{-}10)$$

Evaluando el tiempo t en 3 τ:

$$v_x(t) = 160\ e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_x(t) = 160\ e^{-\frac{3\tau}{\tau}}$$

$$v_x(t) = 160\ e^{-3}$$

$$v_x(t) = 7.97\ V$$

En la figura 1.69, se encuentra graficado la ecuación (1-10).

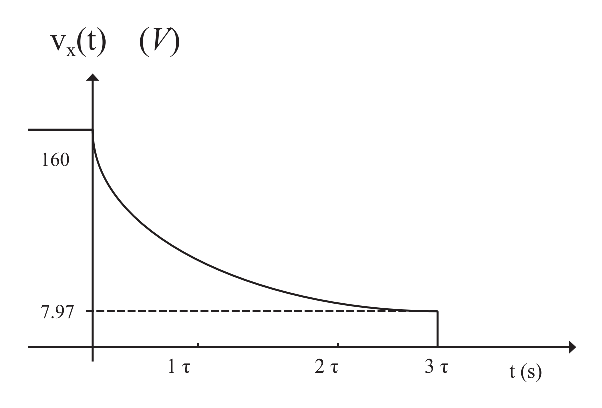


Figura 1.69

Problema 21: "El circuito mostrado en la figura 1.70 contiene dos inductores en paralelo, permitiendo de esta manera la existencia de una corriente atrapada circulando alrededor del lazo inductivo. Sea $i_1(0^-) = 20$ A e $i_2(0^-) = 10$ A. Calcúlese $i_1(0^+)$ e $i_2(0^+)$" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 171).

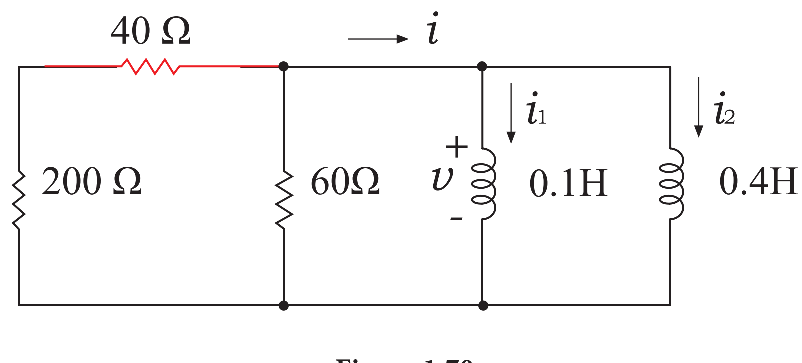


Figura 1.70

Solución:

Para $t < 0$, con los datos del problema, se tiene:

$i_1(0^-) = 20$ A

$i_2(0^-) = 10$ A

Debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente en los alrededores en que se produce la interrupción, la respuesta será:

$i_1(0^+) = i_1(0^-) = 20$ A

$i_2(0^+) = i_2(0^-) = 10$ A

Para demostrar que la respuesta es correcta en el circuito de la figura 1.70, se realiza el siguiente procedimiento:

Para t > 0, en el circuito de la figura 1.70, las resistencias de 40 Ω y 200 Ω están en serie. Esta, a su vez, se encuentra en paralelo con la resistencia de 60 Ω con su resistencia equivalente de Req. Los inductores de 0.1 H y 0.4 H están conectados en paralelo Leq. El circuito equivalente final se encuentra en la figura 1.71 y los cálculos se encuentran a continuación:

$$\text{Req} = \frac{(40+200)(60)}{240+60} = 48\Omega$$

$$\text{Leq} = \frac{(0.1)(0.4)}{0.1+0.4} = 0.08 \text{ H}$$

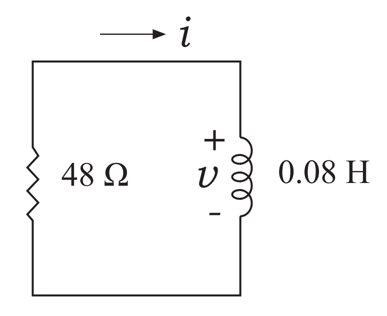


Figura 1.71

La figura 1.71 es un circuito RL sin fuentes; entonces, la corriente en el inductor es:

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\tau = \frac{0.08}{48} = 1.67 \text{ x } 10^{-3} \text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 600$$

$$i(0^-) = i_1(0^-) + i_2(0^-)$$

$$i(0^-) = 20 + 10$$

$$i(0^-) = 30A$$

Pero, en el inductor:

$i(0^-) = i(0) = i(0^+) = I_0 = 30$ A, debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = 30e^{-600t}$$

Por definición, el voltaje en el inductor es:

$$v = L\frac{di}{dt}$$

$$v = 0.08\frac{d}{dt}(i)$$

$$v = 0.08\frac{d}{dt}(30e^{-600t})$$

$$v = (0.08)(30)(-600)e^{-600t}$$

$$v = 1440e^{-600t}$$

$$i_1 = \frac{1}{L_1}\int_0^t v\,dt + i_1(0^-)$$

$$i_1 = \frac{1}{0.1}\int_0^t (1440e^{-600t})dt + i_1(0^-)$$

$$i_1 = 14400\int_0^t (e^{-600t})dt + i_1(0^-)$$

$$u = -600t$$

$$du = -600dt$$

$$dt = -\frac{du}{600}$$

$$i_1 = 14400\int e^u(-\frac{du}{600}) + i_1(0^-)$$

$$i_1 = -\frac{14400}{600}\int e^u\, du + i_1(0^-)$$

$$i_1 = -24\,[e^u\,| + i_1(0^-)$$

$$i_1 = -24[e^{-600t}\,|_0^t + i_1(0^-)$$

$$i_1 = -24[e^{-600t} - e^0] + i_1(0^-)$$

$$i_1 = -24[e^{-600t} - 1] + i_1(0^-)$$

Reemplazando para t = 0⁺:

$$i_1(0^+) = -24[e^0 - 1] + i_1(0^-) = 0 + 20$$

$$i_1(0^+) = 20A$$

$$i_2 = \frac{1}{L_2}\int_0^t v\,dt + i_2(0^-)$$

$$i_2 = \frac{1}{0.4}\int_0^t (1440e^{-600t})\,dt + i_2(0^-)$$

$$i_2 = 3600\int_0^t (e^{-600t})\,dt_+ i_2(0^-)$$

$$u = -600t$$
$$du = -600dt$$
$$dt = -\frac{du}{600}$$

$$i_2 = -\frac{3600}{600}\,|e^u| + i_2(0^-)$$

$$i_2 = -\frac{3600}{600}\,[e^{-600\,t}|_o^t + i_2(0^-)$$

$$i_2 = -6\,[e^{-600\,t} - e^0] + i_2(0^-)$$

$$i_2 = -6\,[e^{-600\,t} - 1] + i_2(0^-)$$

$$i_2(0^+) = \ -6\ [e^0 -\ 1]\ +\ i_2(0^-) = 0 + 10$$

$$i_2(0^+) = 10\ \text{A}$$

$$i(0^+) = 30\ e^{-600\,(0)}\ = 30\ \text{A}$$

Problema 22: "El interruptor de la figura 1.72 se abre en t = 0 después de haber estado cerrado durante un tiempo muy grande. Grafíquese v_c(t) y v_x(t) con el mismo eje de tiempo, - 0,5 < t < 1 ms" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 172).

Solución:

Para t < 0, en la figura 1.72, el interruptor está cerrado y el circuito equivalente se representa en la figura 1.73. Debido a la fuente de 10 V de corriente continua y en estado estable, el capacitor se comporta como un circuito abierto.

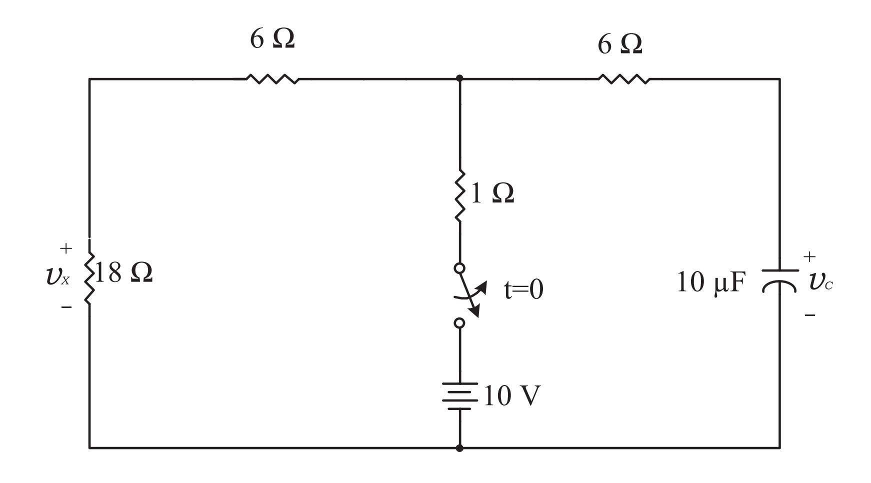


Figura 1.72

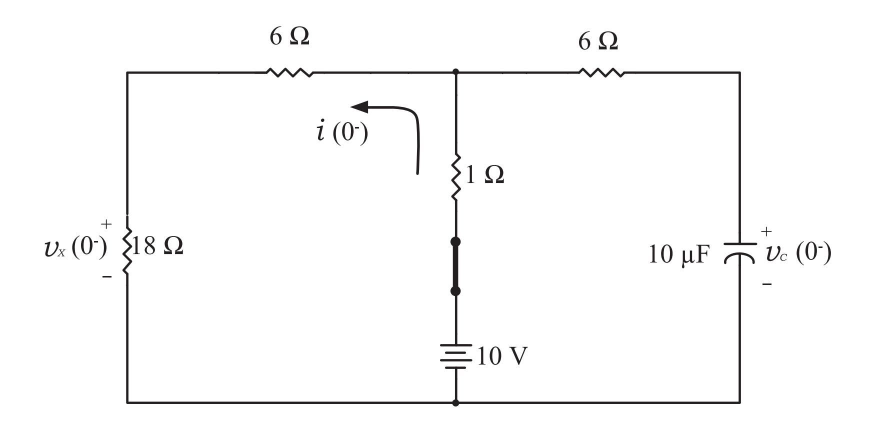


Figura 1.73

En la figura 1.73, se aplica divisor de voltaje en la resistencia de 18 Ω. Esto es:

$$v_x(0^-) = 10\frac{18}{18+6+1} = 7.2$$

$$v_x(0^-) = 7.2 \text{ V}$$

En el lazo de la izquierda del circuito de la figura 1.73, se aplica la LVK. La corriente $i(0^-)$ es la que polariza de más (+) a menos (-) al pasar por cada uno de los elementos pasivos.

$$-10 + 1i(0-) + 6i(0-) + 18i(0-) = 0$$

$$-10 + 25i(0^-) = 0$$

$$i(0^-) = \frac{10}{25} = 0.4 \text{ A}$$

En el lazo de la derecha del circuito de la figura 1.73, se aplica la LVK:

$$-v_C(0^-) - 1i(0^-) + 10 = 0$$

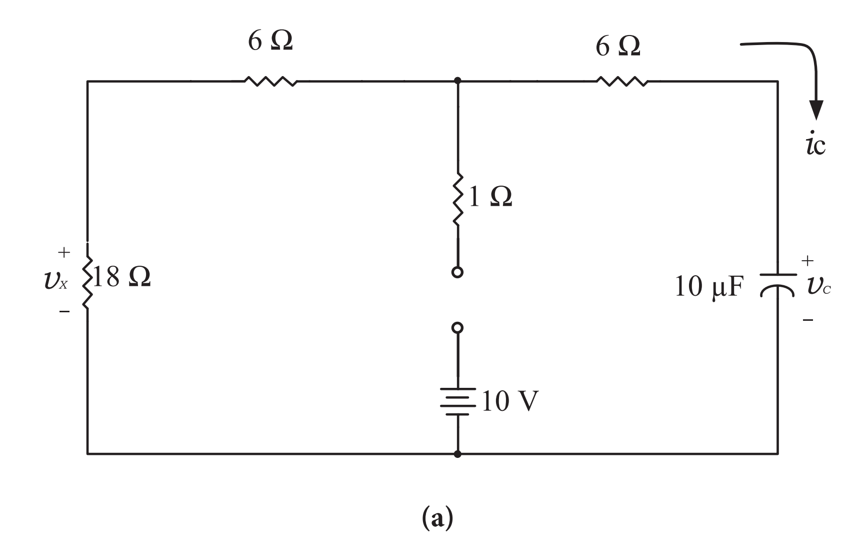
$$-v_C(0^-) - 1(0.4) + 10 = 0$$

$$-v_C(0^-) - 0.4 + 10 = 0$$

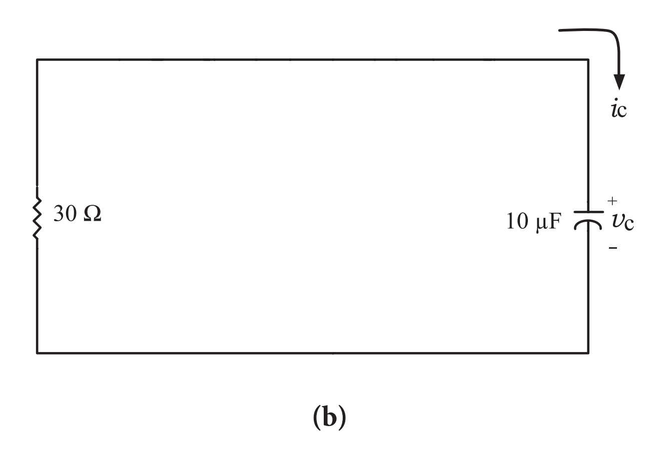
$$-v_C(0^-) + 9.6 = 0$$

$$v_C(0^-) = 9.6 \text{ V}$$

Para t > 0, en la figura 1.72, el interruptor está abierto y el circuito equivalente se representa en la figura 1.74 (a). La fuente de 10 V y la resistencia de 1 Ω no intervienen en el circuito, dando como resultado el circuito de la figura 1.74 (b), el cual es un circuito RC sin fuentes cuya fórmula es:



(a)



(b)

Figura 1.74 (a) y (b)

$$v_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (30)(10x10^{-6}) = 3x10^{-4}\,\text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 3333.3$$

$v_C\,(0^-) = v_C\,(0) = v_C\,(0^+) =$ Vo = 9.6 Volt , debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje.

$$v_C(t) = 9.6e^{-3333.3t} \tag{1-11}$$

Evaluando en $t = 1\text{ ms} = 1x10^{-3}$:

$$v_C(1ms) = 9.6e^{-3333.3(1x10^{-3})}$$

$$v_C(1ms) = 0.34V$$

Por definición, la corriente en el capacitor es:

$$i_C(t) = C\frac{dv_C}{dt}$$

$$i_C(t) = 10x10^{-6}\frac{d}{dt}(9.6e^{-3333.3t})$$

$$i_C(t) = (10x10^{-6})(9.6)(-3333.3)e^{-3333.3t}$$

$$i_C(t) = -0.32e^{-3333.3t}$$

En la figura 1.74 (a), se aplica la Ley de Ohm en la resistencia de 18Ω:

$$v_X(t) = (18)(-i_C)$$

$$v_X(t) = (18)[-(-0.32e^{-3333.3t})]$$

$$v_X(t) = 5.76e^{-3333.3t} \qquad (1\text{-}12)$$

$$v_X(t=0) = 5.76e^{-3333.3(0)} = 5.76V$$

$$v_X(t=1ms) = 5.76e^{-3333.3(1x10^{-3})}$$

$$v_X(t=1ms) = 0.21\ V$$

En la figura 1.75, se presentan las gráficas de las ecuaciones (1-11) y (1-12) incluidas las condiciones iniciales.

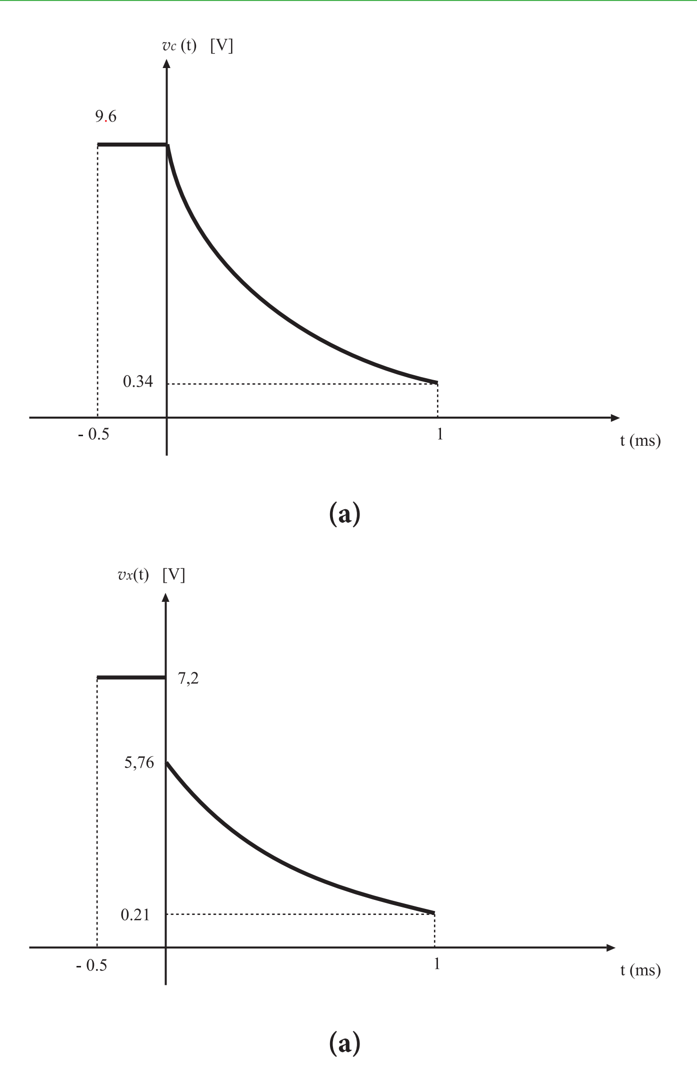


Figura 1.75 (a) Grafico de $v_c(t)$ vs t
(b) Grafico de $v_x(t)$ vs t

Problema 23: "El circuito mostrado en la figura 1.76, el interruptor pasa de A a B en t = 0. Calcúlese expresiones para i(t) y grafíquese en el intervalo $-2 < t < 2$ ms" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 172).

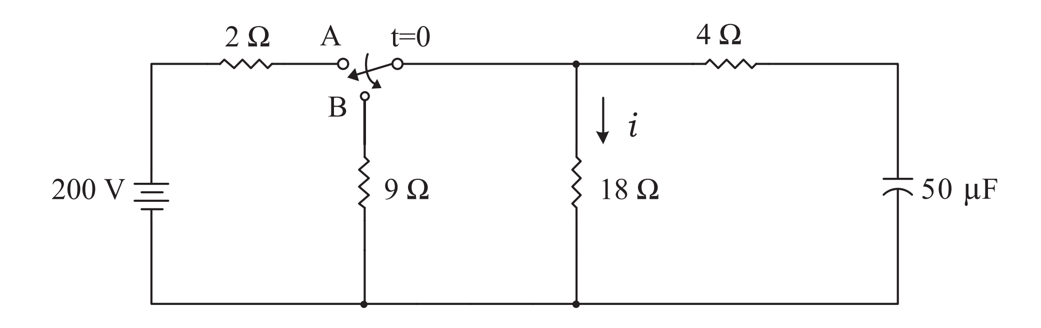


Figura 1.76

Solución:

Para t < 0, en la figura 1.76, el interruptor está en el borne A. Como resultado, se tiene el circuito de la figura 1.77. El capacitor se abre, debido a la fuente de 200 V de corriente continua y el circuito está en estado estable. En el lazo de la izquierda se aplica la LVK.

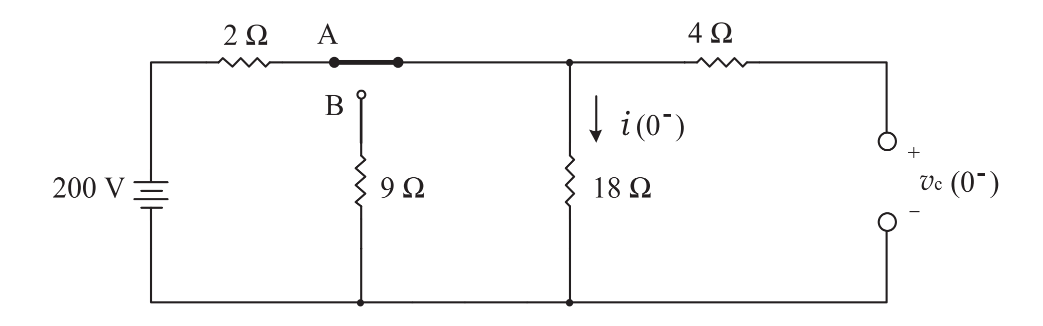


Figura 1.77

$$-200 + 2i(0^-) + 18i(0^-) = 0$$

$$-200 + 20i(0^-) = 0$$

$$i(0^-) = \frac{200}{20} = 10A$$

En la resistencia de 18 Ω se aplica la Ley de Ohm:

$$v_C(0^-) = 18i(0^-)$$

$$v_C(0^-) = 18(10) = 180V$$

$$v_C(0^-) = 180V$$

Para t > 0, en la figura 1.76, el interruptor está en el borne B como se muestra en el circuito de la figura 1.78. Las resistencias de 9 Ω y 18 Ω están en paralelo. Esta, a su vez, se encuentra en serie con la resistencia de 4 Ω con su resistencia equivalente de Req = 10 Ω. El circuito final se muestra en la figura 1.79. Los cálculos se encuentran a continuación:

$$Req = \frac{(9)(18)}{9+18} + 4 = 10\ \Omega$$

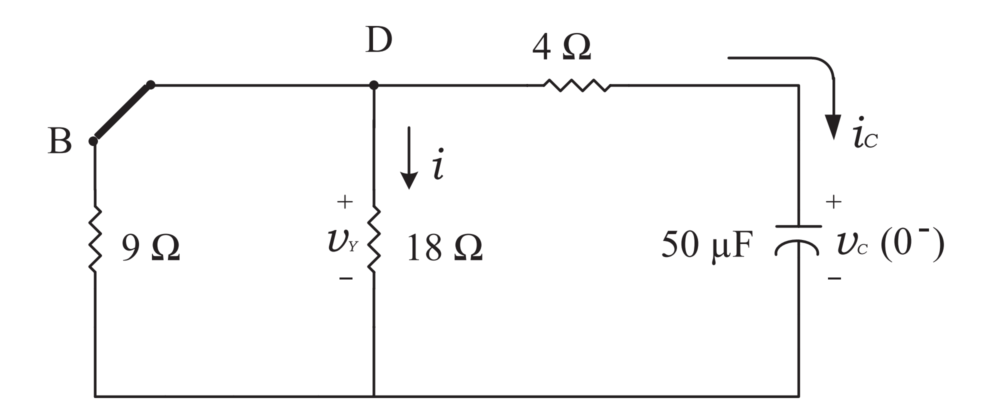


Figura 1.78

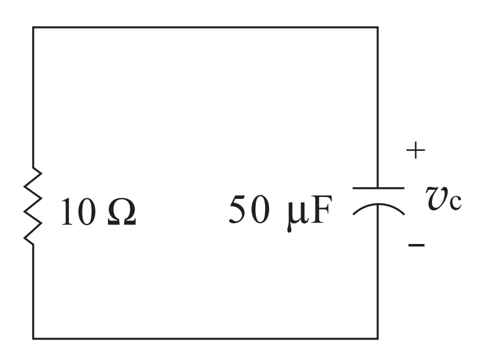


Figura 1.79

La figura 1.79 es un circuito RC sin fuentes cuya fórmula es:

$$v_C(t) = V_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (10)(50X10^{-6}) = 5x10^{-4}$$

$$\frac{1}{\tau} = 2000$$

$$v_C(t) = 180\, e^{-2000t}$$

$$i_C(t) = C\frac{dv_C}{dt}$$

$$i_C(t) = 50x10^{-6}\frac{d}{dt}(180e^{-2000t})$$

$$i_C(t) = (50x10^{-6})(180)(-2000)e^{-2000t}$$

$$i_C(t) = -18e^{-2000t}$$

En el circuito de la figura 1.78, en el nodo D, se aplica divisor de corriente:

$$i = -i_C \frac{9}{9+18}$$

$$i(t) = -(-18e^{-2000t})\frac{9}{9+18} = \frac{162}{27}e^{-2000t}$$

$$i(t) = 6e^{-2000t}\,\text{Amp}$$

$$i(t = 2ms) = 6e^{-2000(2x10^{-3})}$$

$$i(t = 2ms) = 0.11A$$

Para t = - 2ms

$$i(0^-) = i(t = -2ms) = 10A$$

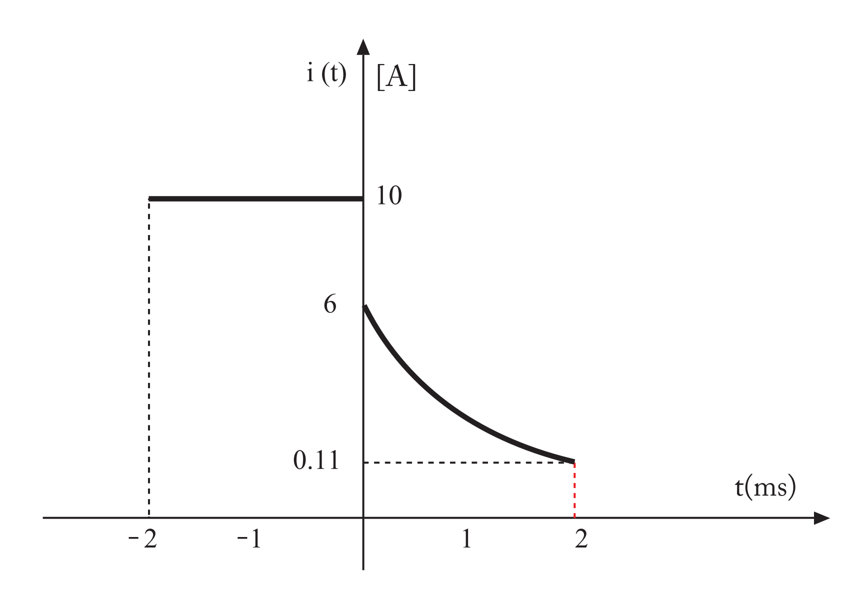


Figura 1.80

Problema 24: "En el circuito mostrado en la figura 1.81, calcúlese $v_c(t)$" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 173).

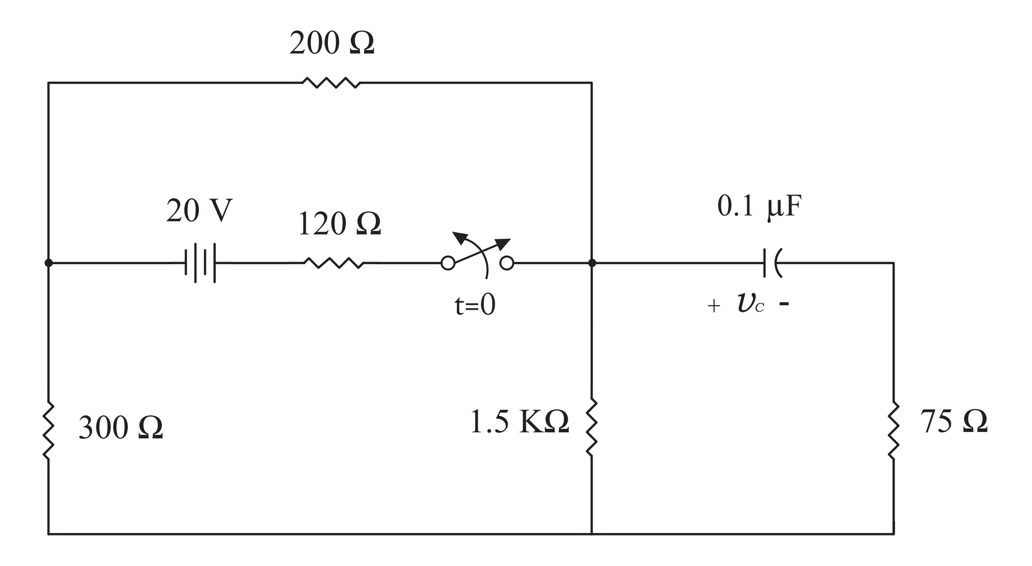


Figura 1.81

Solución:

Para t < 0, en la figura 1.81, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 1.82. El capacitor se abre, debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 20 V. El voltaje en el capacitor es igual al voltaje en la resistencia de 1.5 KΩ. El problema se resuelve por análisis de mallas. A continuación se plantean las ecuaciones:

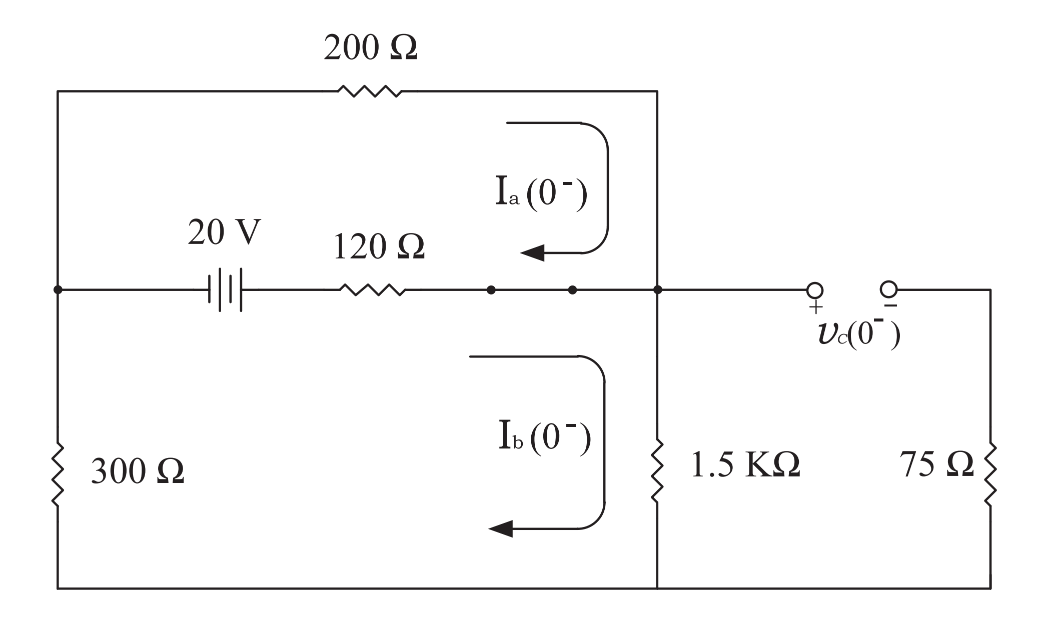


Figura 1.82

MALLA a

Se asume que la corriente de malla I_a polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_a, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$200\ I_a(0^-) + 120\ [I_a(0^-) - I_b(0^-)] + 20 = 0$$

$$200\ I_a(0^-) + 120\ I_a(0^-) - 120\ I_b(0^-) + 20 = 0$$

$$320\ I_a(0^-) - 120\ I_b(0^-) = -20 \qquad (1\text{-}13)$$

MALLA b

Se asume que la corriente de malla I_b polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_b, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-20+120[I_b(0^-)-I_a(0^-)]+1500\,I_b(0^-)+300\,I_b(0^-)=0$$

$$-20+120I_b(0^-)-120I_a(0^-)+1500I_b(0^-)+300I_b(0^-)=0$$

$$-120I_a(0^-)+1920I_b(0^-)=20 \qquad (1\text{-}14)$$

Con las ecuaciones (1-13) y (1-14), se plantea el sistema de determinantes

$$I_b(0^-)=\frac{\begin{vmatrix}320 & -20\\ -120 & 20\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}320 & -120\\ -120 & 1920\end{vmatrix}}=\frac{6400-2400}{614400-14400}=\frac{4000}{600000}$$

$$I_b(0^-)=6.67\,x\,10^{-3}\,A$$

En la resistencia de 1.5 KΩ, se aplica la Ley de Ohm:

$$v_C(0^-)=1500\;I_b(0^-)$$

$$v_C(0^-)=1500\,(6.67\,x\,10^{-3})=10$$

$$v_C(0^-)=10\;V$$

Para t > 0, en la figura 1.81, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 1.83. La fuente de 20 V y la resistencia de 120 Ω, no intervienen en el circuito, ya que no afecta para el cálculo del voltaje en el capacitor. Las resistencias de 200 Ω y 300 Ω están en serie; esta, a su vez, se encuentra en paralelo con la resistencia de 1.5 KΩ y esta se encuentra en serie con la resistencia de 75 Ω con su resistencia equivalente total de Req = 450 Ω. El circuito final se muestra en la figura 1.84.

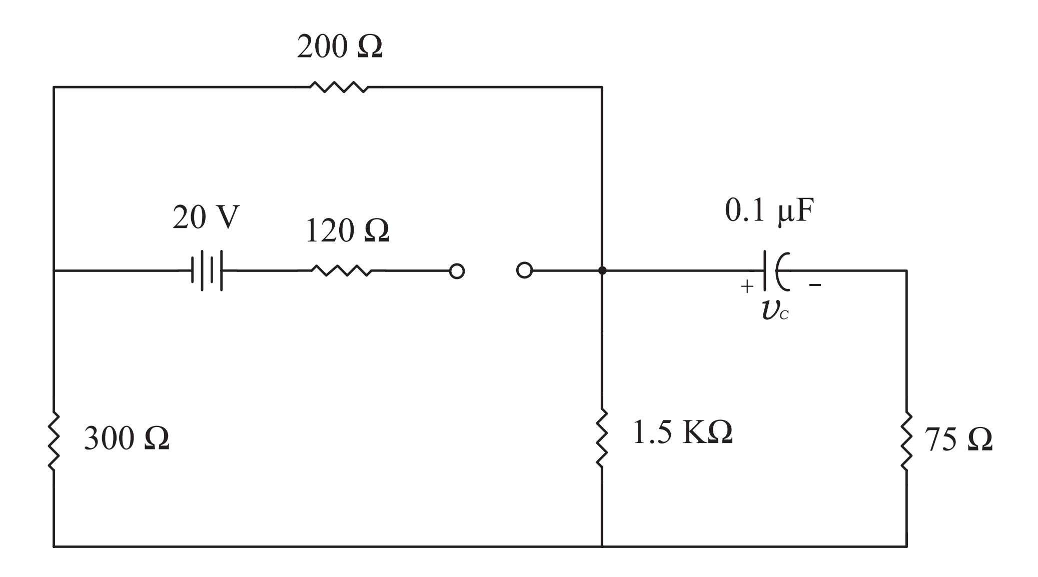


Figura 1.83

$$Req = \frac{(200+300)(1500)}{200+300+1500} + 75 = 375 + 75 = 450\ \Omega$$

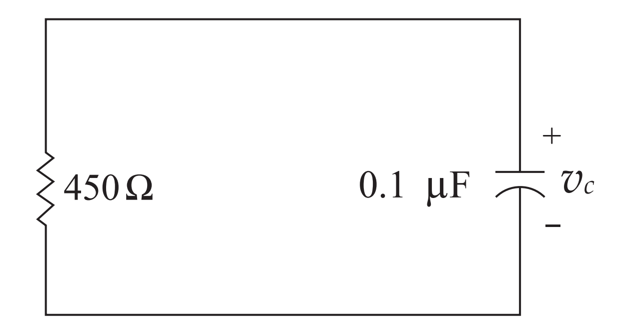


Figura 1.84

La figura 1.84 es un circuito RC sin fuentes cuya ecuación es:

$$v_C(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (450)(0.1X10^{-6}) = 4.5x10^{-5}$$

$$\frac{1}{\tau} = 22222.2$$

$$v_C(0^-) = v_C(0) = v_C(0^+) = V_0 = 10 \text{ V}$$

$$v_C(t) = 10e^{-22222.2t} \text{ V}$$

BIBLIOGRAFÍA

Hayt Jr., W.H., y Kemmerly, J. E. (1988). *Análisis de circuitos en ingeniería* (4ª. ed.). México: Mc Graw-Hill.

Van Valkenburg, M. E. (1980). *Análisis de redes.* México: Limusa.

Edminister, J.A. (1988). *Circuitos eléctricos* (2a ed.). México: Mc Graw Hill.

Hayt, W. H. Jr., Kemmerly, J. E. y Durbin, S. M. (2003). *Análisis de circuitos en ingeniería* (6ª ed.). México: McGraw-Hill.

Chapman, S. J. (1993). *Máquinas eléctricas* (2a. ed.). Colombia: Mc Graw-Hill.

Hayt Jr, W.H., Kemmerly, J. y Durbin, S. (2012). *Análisis de circuitos en ingeniería* (8a ed.). México: Mc Graw-Hill.

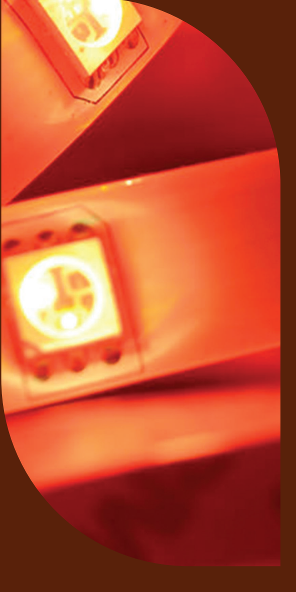
Dorf, R. C. y Svoboda, J. A. (2011). *Circuitos eléctricos* (8a ed.). México: Alfaomega.

Salas, S. L. y Hille, E. (1976). *CALCULUS de una y varias variables con Geometría analítica*. España: Reverté.

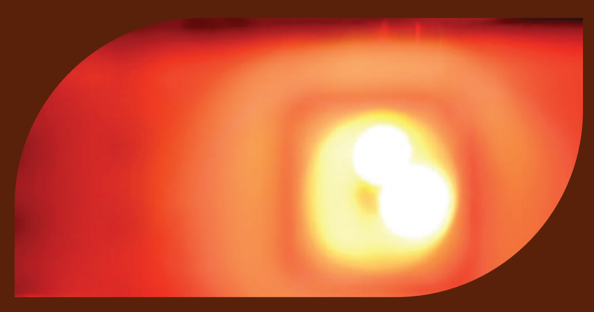
Alexander, CH. K. y Sadiku, M. N. O. (2006). *Fundamentos de circuitos eléctricos* (3a ed.). México: Mc Graw-Hill.

El *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente* está dirigido a estudiantes que tengan conocimientos del sustento teórico de circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna, en estado estable y en estado transiente, con fuentes independientes y dependientes; con énfasis en las leyes de Kirchhoff y de Ohm, teoremas de Thévenin y Norton, principio de linealidad y superposición, divisores de corriente y de voltaje, transformaciones de fuentes, funciones de transferencia, gráficas de polos y ceros, y diagramas de Bode. Además, deben tener conocimientos de cálculo diferencial e integral, álgebra, números complejos, trigonometría, resolución de circuitos eléctricos en estado estable y transformación de Laplace. Estas leyes son fundamentales para el aprendizaje, de tal forma que las puedan aplicar en la resolución de los problemas de circuitos eléctricos en estado transiente, con el único propósito de ayudar a los estudiantes a adquirir habilidades en el desarrollo de ejercicios eléctricos. Los problemas desarrollados en su mayoría son los planteados en el libro *Análisis de circuitos en ingeniería*, cuarta edición, de los autores William H. Hayt, Jr. y Jack E. Kemmerly, y están fundamentados en sus contenidos teóricos. Por ello, esta publicación es una herramienta de trabajo de fácil entendimiento para los estudiantes.

Pedro Infante Moreira nació en Quinsaloma, provincia de Los Ríos, en 1959. Es ingeniero electrónico, graduado en la Escuela Superior Politécnica del Litoral, y tiene un Diplomado Superior en Pedagogía Universitaria, Maestrías en Gestión Académica Universitaria y Administración de Empresas. Actualmente es candidato a un Doctorado en Ciencias Técnicas. Tiene 22 años en la docencia, en la Universidad Técnica de Babahoyo, la Universidad Nacional de Chimborazo y en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Ha publicado varios textos básicos, solucionarios y un libro.







Pedro Infante Moreira

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente